Федеральное агентство по образованию

Санкт-Петербургский государственный
архитектурно-строительный университет

Строительный факультет

Кафедра технологии конструкционных материалов
и метрологии

МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Часть II

Методические указания по выполнению курсовой работы
для студентов механических специальностей
очной и заочной форм обучения

Санкт-Петербург
2009

УДК 621.753.1/2:389(076)

Рецензент канд. техн. наук, доцент А. П. Орлов (ГОУ ВПО СПбГАСУ)

Метрология, стандартизация и сертификация. Часть II: методические указания по выполнению курсовой работы для студентов механических специальностей очной и заочной форм обучения / сост. В. А. Норин; СПбГАСУ. – СПб., 2009. – 44 с.

Методические указания содержат рекомендации и примеры решения задач курсовой работы по теоретической метрологии.

Табл. 8. Библиогр.: 4 назв.

Введение

В данных методических указаниях приведены примеры решения задач курсовой работы по дисциплине «Метрология, стандартизация и сертификация». К выполнению работы студент может приступить при условии полного усвоения соответствующих разделов курса. Исходные данные вариантов заданий приведены в приложении. Номер варианта задания студент получает на занятии. Курсовая работа оформляется в виде расчетно-пояснительной записки. Текст в расчетно-пояснительной записке разрешается писать на двух сторонах листа белой бумаги форматом 210×297 с полями: слева – 25 мм, справа – 10 мм, сверху – 20 мм, снизу – 25 мм. На титульном листе необходимо указать университет (институт), название работы, фамилию, номер варианта, год выполнения курсовой работы. Проверенная курсовая работа выносится на защиту.

Задача 1

ОБРАБОТКА ОДНОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Прямые однократные измерения являются самыми массовыми. Они проводятся, если при измерении происходит разрушение объекта измерения, отсутствует возможность повторных измерений, существует экономическая целесообразность. Прямые однократные измерения возможны лишь при определенных условиях:

- достаточный объем априорной информации об объекте измерения, чтобы определение измеряемой величины не вызывало сомнений;
- изученный метод измерения, его погрешность либо заранее устранена, либо оценена;
- исправные средства измерений, а их метрологические характеристики соответствуют установленным нормам.

За результат прямого однократного измерения принимается полученная величина. До измерения должна быть проведена априорная оценка составляющих погрешности. При определении доверительных границ погрешности результата измерений доверительная вероятность принимается, как правило, равной 0,95.

Методика обработки результатов прямых однократных измерений приведена в рекомендациях МИ 1552–86 «ГСИ. Измерения прямые однократные. Оценивание погрешностей результатов измерений». Данная методика применима при выполнении следующих условий: составляющие погрешности известны, случайные составляющие распределены по нормальному закону, а неисключенные систематические, заданные своими границами θ, – равномерно.

Составляющими погрешности прямых однократных измерений являются:

1) погрешности средства измерений (СИ), рассчитываемые по их метрологическим характеристикам;
2) погрешность используемого метода измерений;
3) погрешность оператора.

Названные составляющие могут состоять из неисключенных систематических и случайных погрешностей. При наличии нескольких систематических погрешностей доверительная граница результата измерения рассчитывается по формуле

$$\theta(P) = k\sqrt{\sum_{i=1}^{n}\theta_i^2},$$

где k – коэффициент, зависящий от P, равный 0,95 при $P = 0{,}9$ и 1,1 при $P = 0{,}95$.

Случайные составляющие погрешности результата измерения выражаются либо СКО S_x, либо доверительными границами. В первом случае доверительная граница случайной составляющей погрешности результата прямого однократного измерения определяется через его СКО:

$$\varepsilon(P) = z_p S_x,$$

где z_p – точка нормированной функции Лапласа при вероятности P.

Если СКО определены экспериментально при небольшом числе измерений ($n < 30$), то в данной формуле вместо коэффициента z_p следует использовать коэффициент Стьюдента, соответствующий наименьшему числу измерений.

Найденные значения θ и ε(P) используются для оценки погрешности результата прямого однократного измерения. Суммарная погрешность результата измерения определяется в зависимости от соотношения θ и S_x.

Пример

При однократном измерении физической величины получено показание средства измерения $x = 10$. Определить, чему равно значение измеряемой величины, если экспериментатор обладает следующей априорной информацией о средстве измерений и условиях выполнения измерений: класс точности средства измерений 4,0; пределы измерений 0…50; значение аддитивной поправки $\theta_а = 0{,}5$, СКО $S_x = 0{,}1$.

Решение

1.1. Анализируем имеющуюся априорную информацию: класс точности средства измерения, аддитивная поправка, СКО.

1.2. При измерении получено значение: $x = 10$.

1.3. За пределы неисключенной систематической погрешности принимаем пределы наибольшей абсолютной погрешности прибора, которые находим

$$\Delta = \frac{x_N \gamma}{100} = \frac{50 \cdot 4{,}0}{100} = \pm 2,$$

где x_N – нормирующее значение, в данном случае равное диапазону измерения средства измерения $x_N = 50$; γ – нормируемый предел допускаемой приведенной погрешности, которая определяется из класса точности средства измерения $\gamma = 4{,}0$ %.

Таким образом, $\theta = \pm 2$.

1.4. Находим границы случайной составляющей погрешности измерения

$$\varepsilon(P) = t_p S_x = 12{,}7 \cdot 0{,}1 = 1{,}27.$$

1.5. Определяем суммарную погрешность результата измерения. Так как $\theta > 8S_x$, то за границы суммарной погрешности принимаем границы неисключенной систематической погрешности.

1.6. Определяем предельные значения измерения:

$$x_1 = x - \Delta = 10 - 2 = 8,$$
$$x_2 = x + \Delta = 10 + 2 = 12.$$

1.7. Вносим в результат измерения поправку:

$$X_1 = x_1 + \theta_a = 8 + 0{,}5 = 8{,}5,$$
$$X_2 = x_2 + \theta_a = 12 + 0{,}5 = 12{,}5.$$

1.8. Записываем результат измерения: $X_1 \le X \le X_2$, $8{,}5 \le X \le 12{,}5$.

Задание

Определить, чему равно значение измеряемой величины при однократном измерении. Исходные данные – см. прил.

Задача 2

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ ПРЯМЫХ МНОГОКРАТНЫХ ИЗМЕРЕНИЙ

Последовательность обработки результатов прямых многократных измерений состоит из ряда этапов.

1. Определение точечных оценок закона распределения результатов измерений

На этом этапе определяются среднее арифметическое значение $\bar{x}$ измеряемой величины, СКО результата измерений S_x.

В соответствии с критериями грубые погрешности исключаются, после чего проводится повторный расчет оценок среднего арифметического значения и его СКО.

2. Определение закона распределения результатов измерений или случайных погрешностей

Для предварительной оценки вида распределения по полученным данным строят гистограмму распределений или полигон распределения. В начале производится группирование – разделение данных от наименьшего x_{min} до наибольшего x_{max} на r интервалов. Для количества измерений от 30 до 100 рекомендуемое число интервалов – от 7 до 9. Ширину интервала выбирают постоянной для всего ряда данных, при этом следует иметь в виду, что ширина интервала должна быть больше погрешности округления при записи данных. Ширину интервала вычисляют по формуле

$$h = \frac{x_{max} - x_{min}}{r}.$$

Вычисленное значение h обычно округляют. Например, при $h = 0{,}0187$ это значение округляют до $h = 0{,}02$. Установив границы интервалов, подсчитывают число результатов измерений, попавших в каждый интервал. При построении гистограммы или полигона распределения масштаб этих графиков рекомендуется выбирать так, чтобы соотношение высоты графика к его основанию было примерно 3 : 5.

3. Оценка закона распределения по статистическим критериям

Обычно производится проверка на принадлежность распределения нормальному закону распределения.

Нормальный закон распределения, называемый часто распределением Гаусса, описывается зависимостью

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma^2}\right],$$

где σ – параметр рассеивания распределения, равный среднему квадратическому отклонению.

Широкое использование нормального распределения на практике объясняется теоремой теории вероятностей, утверждающей, что распределение случайных погрешностей будет близко к нормальному всякий раз, когда результаты наблюдений формируются под действием большого числа независимо действующих факторов, каждый из которых оказывает лишь незначительное действие по сравнению с суммарным действием всех остальных.

При количестве измерений $n < 15$ проверить гипотезу о виде распределения результатов измерения невозможно.

При числе данных $15 < n < 50$ также трудно судить о виде распределения. Поэтому для проверки соответствия распределения данных нормальному распределению используют составной критерий. Если гипотеза о нормальности отвергается хотя бы по одному из критериев, считают, что распределение результатов измерения отлично от нормального.

Критерий 1. Вычисляют значение d по формуле

$$d = \frac{\sum_{i=1}^{n} |x_i - \bar{x}|}{n \cdot S^*},$$

где S^* – смещенное СКО;

$$S^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n}}.$$

Гипотеза о нормальности подтверждается, если

$$d_{1-q} < d < d_q ,$$

где d_{1-q} и d_q – процентные точки распределения значений d, которые находятся по табл. 1.

Таблица 1

Значения процентных точек q для распределения d

Уровень значимости q, %		Число результатов измерений							
		11	16	21	26	31	36	41	46
$1-q/2$	99,0	0,67	0,68	0,69	0,70	0,71	0,72	0,72	0,72
	95,0	0,72	0,72	0,73	0,74	0,74	0,74	0,75	0,75
	90,0	0,74	0,74	0,75	0,75	0,76	0,76	0,76	0,76
$q/2$	10,0	0,89	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85	0,84	0,84
	5,0	0,91	0,89	0,88	0,87	0,86	0,86	0,85	0,85
	1,0	0,94	0,91	0,90	0,89	0,88	0,88	0,87	0,87

Критерий 2. Гипотеза о нормальности распределения результатов измерения подтверждается, если не более m разностей $(x_i - \bar{x})$ превзошли значения $S \cdot z_{p/2}$. Здесь $S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$; $z_{p/2}$ – верхняя $100 \cdot P/2$ – процентная точка нормированной функции Лапласа.

Значения доверительной вероятности P выбирают из табл. 2.

Таблица 2

Значения доверительной вероятности P

n		10	11–14	15–20	21–22	23	24–27	28–32	33–35	36–49
m		1	1	1	2	2	2	2	2	2
$\frac{q}{2} \cdot 100\,\%$	1,00	0,98	0,99	0,99	0,98	0,98	0,98	0,99	0,99	0,99
	2,00	0,98	0,98	0,99	0,97	0,98	0,98	0,98	0,98	0,99
	5,00	0,96	0,97	0,98	0,96	0,96	0,97	0,97	0,98	0,98

При числе измерений $n > 50$ для идентификации закона распределения используется критерий Пирсона. При $50 > n > 15$ для проверки нормальности закона распределения применяется составной критерий. При $n < 15$ принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

4. Определение доверительных границ случайной погрешности

Если удалось идентифицировать закон распределения результатов измерений, то с его использованием находят квантильный множитель z_p при заданном значении доверительной вероятности P. В этом случае доверительные границы случайной погрешности $\Delta = \pm z_p \cdot S_{\bar{x}}$. Здесь $S_{\bar{x}}$ – СКО среднего арифметического значения. При $n < 30$ часто используют распределение Стьюдента, при этом доверительные границы случайной погрешности $\Delta_p = \pm t_p \cdot S_x / \sqrt{n}$.

Здесь t_p – коэффициент Стьюдента, приведенный в табл. 3, n – количество измерений.

Таблица 3

Величина t_p при различных уровнях значимости

n	Уровень значимости							
	0,2	0,1	0,05	0,02	0,01	0,005	0,002	0,001
2	3,08	6,31	12,71	31,82	63,66	127,32	318,30	636,61
3	1,84	2,92	4,30	6,96	9,99	14,09	22,33	31,60
4	1,64	2,35	3,18	4,54	5,84	7,45	10,21	12,92
5	1,53	2,13	2,78	3,75	4,60	5,60	7,17	8,61
6	1,48	2,02	2,57	3,36	4,03	4,77	5,89	6,87
7	1,44	1,94	2,45	3,14	3,71	4,32	5,21	5,96
8	1,41	1,89	2,36	3,00	3,50	4,03	4,74	5,41
9	1,40	1,80	2,31	2,90	3,36	3,83	4,50	5,04
10	1,38	1,83	2,26	2,82	3,25	3,64	4,30	4,78
11	1,37	1,81	2,23	2,76	3,17	3,50	4,14	4,59

5. Определение границ неисключенной систематической погрешности результата измерения

Под границами понимают найденные нестатистическими методами границы интервала, внутри которого находится неисключенная систематическая погрешность. Границы неисключенной систематической погрешности принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средств измерений, если их случайные составляющие пренебрежимо малы.

6. Определение доверительных границ погрешности результата измерения

Данная операция осуществляется путем суммирования СКО случайной составляющей $S_{\bar{x}}$ и границ неисключенной систематической составляющей θ в зависимости от соотношения $\theta / S_{\bar{x}}$.

7. Запись результата измерения

Результат измерения записывается в виде $x = \bar{x} \pm \Delta_P$ при доверительной вероятности $P = P_д$.

Пример

Произвести обработку результатов измерений, данные которых представлены в табл. 4.

Таблица 4

Результаты измерений

№ п/п	x_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$
1	36,008	– 0,001	0,000001
2	36,008	– 0,001	0,000001
3	36,008	– 0,001	0,000001
4	36,008	– 0,001	0,000001
5	36,010	0,001	0,000001
6	36,009	0	0
7	36,012	0,003	0,000009
8	36,009	0	0
9	36,011	0,002	0,000004
10	36,007	– 0,002	0,000004
11	36,012	0,003	0,000009
12	$\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{11} x_i = 36{,}009$		$\sum_{i=1}^{11}(x_i - \bar{x})^2 = 0{,}000031$

1. Определение точечных оценок закона распределения результатов измерений

Определяется среднее арифметическое значение результатов измерений

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{11} x_i = 36{,}009.$$

Среднее квадратическое отклонение результатов наблюдений

$$S_x = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{1}{11-1} \cdot 0{,}000031} = 0{,}00194.$$

Производится проверка на наличие грубых погрешностей в результатах измерения по критерию Диксона.

Таблица 5

Значения критерия Диксона

n	Z_q при q, равном			
	0,1	0,05	0,02	0,01
4	0,68	0,76	0,85	0,89
6	0,48	0.56	0,64	0,7
8	0,4	0,47	0,54	0,59
10	0,35	0,41	0,48	0,53
14	0,29	0,35	0,41	0,45
16	0,28	0,33	0,39	0,43
18	0,26	0,31	0,37	0.41
20	0,26	0,3	0,36	0,39
30	0,22	0,26	0,31	0,34

Составляется вариационный возрастающий ряд из результатов измерений: 36,007; 36,008; 36,009; 36,010; 36,011; 36,012.

Находится расчетное значение критерия для значения 36,012

$$K_{\text{Д}} = \frac{x_n - x_{n-1}}{x_n - x_1} = \frac{36{,}012 - 36{,}011}{36{,}012 - 36{,}007} = 0{,}2.$$

Как следует из табл. 5, по этому критерию результат 36,012 не является промахом при всех уровнях значимости.

2. Предварительная оценка вида распределения результатов измерений или случайных погрешностей

При числе измерений меньше 15 предварительная оценка вида распределения результатов наблюдений не производится.

3. Оценка закона распределения по статистическим критериям

При n < 15 принадлежность экспериментального распределения к нормальному не проверяется.

4. Определение доверительных границ случайной погрешности

При числе измерений n = 11 используется распределение Стьюдента, при этом доверительные границы случайной погрешности $\Delta_p = \pm t_p \cdot S_x / \sqrt{n}$.

Коэффициент Стьюдента при доверительной вероятности $P_{\text{д}} = 0{,}95$ и при n = 11 равен 2,23.

Тогда доверительные границы случайной погрешности

$$\Delta_p = \pm\, 2{,}23 \cdot \frac{0{,}00194}{\sqrt{11}} = \pm\, 0{,}0012.$$

5. Определение границ неисключенной систематической погрешности результата измерения

Границы неисключенной систематической погрешности θ принимаются равными пределам допускаемых основных и дополнительных погрешностей средства измерения. Для рычажного микрометра допускаемая погрешность ±0,7 мкм.

6. Определение доверительных границ погрешности результата измерения

Согласно ГОСТ 8.207–76 погрешность результата измерения определяется по следующему правилу. Если границы неисключенной систематической погрешности $\theta < 0{,}8\ S_{\bar{x}}$, то следует пренебречь систематической составляющей погрешности и учитывать только случайную погрешность результата. В нашем случае $\theta = 0{,}7$ мкм, а $S_{\bar{x}} = \dfrac{S_x}{\sqrt{n}} = 0{,}0006$ мкм, т. е. соотношение $\theta < 0{,}8\,S_x$ не выполняется, поэтому систематической погрешностью пренебрегать нельзя.

Если $8\,S_{\bar{x}} < \theta$, то можно пренебречь случайной погрешностью. Так как и это соотношение не выполняется ($8 \cdot 0{,}0006 > 0{,}0007$), то необходимо учитывать и систематическую, и случайную составляющие погрешности измерения.

Тогда $\Delta_P = \sqrt{\theta^2 + t_P^2 \cdot S_{\bar{x}}^2} = 0{,}0015$.

7. Запись результата измерения

Результат измерения $x = \bar{x} \pm \Delta_P = 36{,}009 \pm 0{,}002$ при доверительной вероятности $P = 0{,}95$.

Задание

Используя данные для задачи 2, произвести обработку результатов прямых многократных измерений и определить, чему равно значение измеряемой величины.

Задача 3

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ КОСВЕННОГО ИЗМЕРЕНИЯ

При косвенных измерениях физическая величина Y, значение которой надо определить, является известной функцией f ряда других величин – аргументов $x_1, x_2, \ldots, x_n$. Данные аргументы находятся прямыми многократными измерениями, а величина Y вычисляется по формуле

$$Y = f(x_1, x_2, \ldots, x_n).$$

В качестве результата косвенного измерения рассматривают оценку величины Y, определяемую подстановкой в эту формулу оценок аргументов этой функции. Каждый из аргументов измеряется в результате ї ðÿì ûõ ì í î ãî êðàòí ûõ èçì åðåí èé ñ í åêî òî ðî é ï î ãðåø í î ñòüþ Δx, вносящей определенный вклад в результат косвенного измерения. Полагая, что погрешности Δx малы, можно записать

$$dY = \sum_{i=1}^{m} \frac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i,$$

где каждое слагаемое $\dfrac{\partial f}{\partial x_i} \Delta x_i$ представляет собой частную погрешность результата косвенного измерения, вызванную погрешностью Δx измерения величины x_i. Частные производные носят название коэффициентов влияния соответствующих погрешностей.

Пример

При многократных измерениях независимых величин U и I получено по 18 результатов наблюдений. Эти результаты после внесения поправок представлены в табл. 6. Определить электрическое сопротивление $R = f(U, I)$, если $R = U/I$.

Таблица 6

Результаты измерений *U* и *I*

Напряжение U, мВ																	
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}	U_{13}	U_{14}	U_{15}	U_{16}	U_{17}	U_{18}
483	484	484	485	485	482	484	484	483	485	485	485	484	484	483	481	481	494
Ток I, мкА																	
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}	I_{13}	I_{14}	I_{15}	I_{16}	I_{17}	I_{18}
482	483	483	483	483	482	482	484	483	486	485	484	484	484	483	484	484	493

Обработка результатов косвенного измерения производится по следующему алгоритму.

1. Обрабатываются результаты прямых многократных измерений напряжений и тока.

Определяются оценки результатов измерения $\overline{U}$, $\overline{I}$ среднего квадратического отклонения результатов измерения S_U и S_I.

$$\overline{U}=\frac{\sum_{i=1}^{18}U_i}{18}=484{,}417\text{ мВ};\qquad S_U=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18}(U_i-\overline{U})^2}{17}}=3{,}26\text{ мВ};$$

$$\overline{I}=\frac{\sum_{i=1}^{18}I_i}{18}=484{,}333\text{ мкА};\qquad S_I=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18}(I_i-\overline{I})^2}{17}}=2{,}964\text{ мкА}.$$

Исключаются грубые погрешности:

$$\beta_U=\frac{\max\left|U_i-\overline{U}\right|}{S_U}=2{,}94.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, с учетом $q = 1 - P$ находят соответствующее ей критическое (табличное) значение $\beta_{qU}=2{,}72$.

Сравнивают β_U с β_{qU}. Так как $\beta_U > \beta_{qU}$, то данный результат измерения U_{18} является ошибочным, он должен быть отброшен. После этого повторяются вычисления для сокращенной серии результатов измерений.

$$\overline{U}=\frac{\sum_{i=1}^{17}U_i}{17}=483{,}545\text{ мВ};\qquad S_U=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{17}(U_i-\overline{U}_I)^2}{16}}=1{,}293\text{ мВ};$$

$$\beta_U=\frac{\max\left|U_i-\overline{U}\right|}{S_U}=1{,}195.$$

Для $n = 17$ определяют $\beta_{qU} = 2{,}71$. Сравнивают β_U с β_{qU}. Так как $\beta_U < \beta_{qU}$, больше грубых погрешностей нет.

Обнаруживаются и исключаются грубые погрешности при измерении тока

$$\beta_I=\frac{\max\left|I_i-\overline{I}\right|}{S_I}=2{,}924.$$

Для $n = 18$ определяется $\beta_{qI} = 2{,}72$. Сравнивается β_I с β_{qI}. Так как $\beta_I > \beta_{qI}$, то данный результат измерения I_{12} является промахом и отбрасывается из результатов наблюдений. После этого повторяются вычисления для сокращенной серии результатов наблюдений.

$$\overline{I}=\frac{\sum_{i=1}^{17}I_i}{17}=483{,}545\text{ мкА};\qquad S_I=\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{17}(I_i-\overline{I})^2}{16}}=1{,}214\text{ мкА};$$

$$\beta_I=\frac{\max\left|I_i-\overline{I}\right|}{S_I}=2{,}023.$$

Для $n = 17$ определим $\beta_{qI} = 2{,}71$. Сравнивается β_I с β_{qI}. Так как $\beta_I < \beta_{qI}$, больше промахов нет.

2. Проверяется гипотеза о нормальности распределения для обеих серий оставшихся результатов наблюдений по составному критерию. Применив критерий 1, вычисляется отношение:

$$d_U=\frac{\sum_{i=1}^{17}\left|U_i-\overline{U}\right|}{\sqrt{n\cdot\sum_{i=1}^{17}(U_i-\overline{U})^2}}=0{,}844;\qquad d_I=\frac{\sum_{i=1}^{17}\left|I_i-\overline{I}\right|}{\sqrt{n\cdot\sum_{i=1}^{17}(I_i-\overline{I})^2}}=0{,}829.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P_1 = 0{,}98$ и для уровня значимости $q_1 = 1 - P_1$ по табл. 1, определяются квантили распределения $d_{1-0,5q_1}=0{,}715$ и $d_{0,5q_1}=0{,}907$. Сравниваются d_U и d_I с $d_{1-0,5q_1}$ и $d_{1-0,5q1}$. Так как $d_{1-0,5q_1}<d_1, d_2<d_{0,5q_1}$, то гипотеза о нормальном законе распределения для обеих серий согласуется с экспериментальными данными.

Применяя критерий 2, задаются доверительной вероятностью $P_2 = 0{,}98$ и для уровня значимости $q_2 = 1 - P_2$ с учетом $n = 17$ определяют по табл. 2 значения $m_1 = m_2 = 1$ и $P_1{}^* = P_2{}^* = 0{,}98$. Для вероятности $P^* = 0{,}98$ из таблиц для интегральной функции нормированного нормального распределения $\Phi(t)$ [2] определяется значение $t = 2{,}33$ и рассчитывается:

$$\Delta_U = t \cdot S_U = 2{,}33 \cdot 1{,}293 = 3{,}013 \text{ мВ};$$

$$\Delta_I = t \cdot S_I = 2{,}33 \cdot 1{,}214 = 2{,}828 \text{ мкА}.$$

Так как не более m разностей $| Q_I - \overline{Q} |$ превосходит Δ по обеим сериям, то гипотеза о нормальном законе распределения результатов наблюдений согласуется с экспериментальными данными.

3. Определяется оценка среднего $\overline{R}$:

$$\overline{R} = \frac{\overline{U}}{\overline{I}} = \frac{483{,}545 \cdot 10^{-3}}{483{,}545 \cdot 10^{-6}} = 1000 \text{ Ом}.$$

4. Находятся частные погрешности результата косвенного измерения

$$E_U = \left(\frac{\partial \overline{R}}{\partial \overline{U}}\right) \cdot \Delta_U = \frac{\overline{R}}{\overline{U}} \cdot \Delta U = 6{,}473 \text{ Ом};$$

$$E_I = \left(\frac{\partial \overline{R}}{\partial \overline{I}}\right) \cdot \Delta I = \frac{\overline{R}}{\overline{I}} \cdot \Delta I = 5{,}848 \text{ Ом}.$$

5. Находится суммарная погрешность результата косвенного измерения

$$E_\Sigma = \sqrt{E_U^2 + E_I^2} = 8{,}723 \text{ Ом}.$$

6. Записывается окончательный результат

$$R = \overline{R} \pm E_\Sigma = 1000{,}0 \pm 8{,}7 \text{ Ом}, \ n_U = 17, \ n_I = 17, \ P = 0{,}95.$$

Задание

Используя данные для задачи 3, произвести обработку результатов косвенных измерений и определить, чему равно значение измеряемой величины.

Задача 4

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕСКОЛЬКИХ СЕРИЙ ИЗМЕРЕНИЙ (РАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ)

Равноточные измерения – это ряд измерений физической величины, выполненных одинаковыми по точности средствами измерений и в одних и тех же условиях. При обработке нескольких рядов измерений вначале производится проверка их на равноточность.

Для проверки гипотезы равноточности двух рядов, состоящих из n_1 и n_2 результатов наблюдений, вычисляются эмпирические дисперсии для каждого ряда

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} (x_i - \overline{x})^2}{n_1 - 1}; \qquad S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2} (x_i - \overline{x})^2}{n_2 - 1}.$$

Затем находится дисперсионное отношение $F = \dfrac{S_1^2}{S_2^2}$, которое составляется так, чтобы $S_1^2 > S_2^2$.

Измерения считаются равноточными, если F не попадает в крити-÷åñêóþ îáëàñòü, ò. å. $F < F_q$.

Значение F_q для различных уровней значимости q и степеней свободы $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$ выбираются из таблицы критерия Фишера.

Пример

При многократных измерениях одной и той же величины получены две серии наблюдений по $n = 18$ результатов наблюдений в каждой. Эти результаты после внесения поправок представлены в табл. 7. Вычислить результат многократных измерений.

Таблица 7

Результаты наблюдений

Серия $j = 1$																	
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
483	484	484	485	485	482	484	484	483	485	485	485	484	484	483	481	481	494
Серия $j = 2$																	
x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	x_9	x_{10}	x_{11}	x_{12}	x_{13}	x_{14}	x_{15}	x_{16}	x_{17}	x_{18}
482	483	483	483	483	482	482	484	483	486	485	484	484	484	483	484	484	493

Экспериментальные данные обрабатываются в каждой j-й серии отдельно.

1. Определяются оценки результата измерения x_j и среднеквадратического отклонения S_{xj}:

$$\overline{x}_{\mathrm{I}} = \frac{\sum_{i=1}^{18} x_i}{18} = 484{,}417; \qquad S_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18} (x_i - \overline{x}_{\mathrm{I}})^2}{17}} = 3{,}26;$$

$$\overline{x}_{\mathrm{II}} = \frac{\sum_{i=1}^{18} x_i}{18} = 484{,}333; \qquad S_{\mathrm{II}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{18} (x_i - \overline{x}_{\mathrm{II}})^2}{17}} = 2{,}964.$$

2. Обнаруживаются и исключаются ошибки для первой серии. Для этого вычисляется наибольшее по абсолютному значению нормированное отклонение:

$$\beta_{\mathrm{I}} = \frac{\max\left|x_i - \overline{x}_{\mathrm{I}}\right|}{S_{\mathrm{I}}} = 2{,}94.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, с учетом $q = 1 - P$ находится соответствующее ей теоретическое (табличное) значение $\beta_q = 2{,}387$.

Сравнивается β_{I} с β_q. Так как $\beta_{\mathrm{I}} > \beta_q$, то данный результат измерения x_{18} является ошибочным, он должен быть отброшен. После этого повторяются вычисления для сокращенной серии результатов измерений.

$$\overline{x}_{\mathrm{I}} = \frac{\sum_{i=1}^{17} x_i}{17} = 483{,}545; \qquad S_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{17} (x_i - \overline{x}_{\mathrm{I}})^2}{16}} = 1{,}293;$$

$$\beta_{\mathrm{I}} = \frac{\max\left|x_i - \overline{x}_{\mathrm{I}}\right|}{S_{\mathrm{I}}} = 1{,}195.$$

Для $n = 17$ определяется $\beta_q = 2{,}383$. Сравнивается β_{I} с β_q. Так как $\beta_{\mathrm{I}} < \beta_q$, больше ошибочных результатов нет.

Обнаруживаются и исключаются ошибки для второй серии

$$\beta_{\mathrm{II}} = \frac{\max\left|x_i - \overline{x}_{\mathrm{II}}\right|}{S_{\mathrm{II}}} = 2{,}924.$$

Для $n = 18$ определяется $\beta_q = 2{,}87$. Сравнивается β_{II} с β_q. Так как $\beta_{\mathrm{II}} > \beta_q$, то данный результат измерения x_{18} является ошибочным, он должен быть отброшен. После этого повторяются вычисления для сокращенной серии результатов измерений.

$$\overline{x}_{\mathrm{II}} = \frac{\sum_{i=1}^{17} x_i}{17} = 483{,}545; \qquad S_{\mathrm{II}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{17} (x_i - \overline{x}_{\mathrm{II}})^2}{16}} = 1{,}214;$$

$$\beta_{\mathrm{II}} = \frac{\max\left|x_i - \overline{x}_{\mathrm{II}}\right|}{S_{\mathrm{II}}} = 2{,}023.$$

Для $n = 17$ определяется $\beta_q = 2{,}383$. Сравнивается β_{II} с β_q. Так как $\beta_{\mathrm{II}} < \beta_q$, больше ошибочных результатов нет.

3. Проверяется гипотеза о нормальности распределения для обеих серий оставшихся результатов измерений по составному критерию [1]. Применив критерий 1, вычисляется отношение

$$d_{\mathrm{I}} = \frac{\sum_{i=1}^{17}\left|x_i - \overline{x}_{\mathrm{I}}\right|}{\sqrt{17 \cdot \sum_{i=1}^{17} (x_i - \overline{x}_{\mathrm{I}})^2}} = 0{,}844; \qquad d_{\mathrm{II}} = \frac{\sum_{i=1}^{17}\left|x_i - \overline{x}_{\mathrm{II}}\right|}{\sqrt{17 \cdot \sum_{i=1}^{17} (x_i - \overline{x}_{\mathrm{II}})^2}} = 0{,}829.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P_1 = 0{,}98$ и для уровня значимости $q_1 = 1 - P_1$, по таблицам определяются квантили распределения $d_{1-0{,}5q_1} = 0{,}715$ и $d_{0{,}5q_1} = 0{,}907$. Сравниваются d_{I} и d_{II} с $d_{1-0{,}5q_1}$

и $d_{0,5q_1}$. Так как $d_{1-0,5q_1} < d_{\mathrm{I}}$, $d_{\mathrm{II}} < d_{0,5q_1}$, то гипотеза о нормальном законе распределения вероятности результата измерения для обеих серий согласуется с экспериментальными данными.

Применив критерий 2, задаются доверительной вероятностью $P_2 = 0{,}98$ и для уровня значимости $q_2 = 1 - P_2$ с учетом $n = 17$ определяются по таблицам значения $m_1 = m_2 = 1$ и $P^* = P^{**} = 0{,}98$. Для вероятности $P^* = 0{,}98$ из таблиц для интегральной функции нормированного нормального распределения $\Phi(t)$ [2] определяется значение $t = 2{,}33$ и рассчитываются

$$E_{\mathrm{I}} = t \cdot S_{\mathrm{I}} = 2{,}33 \cdot 1{,}293 = 3{,}013;$$

$$E_{\mathrm{II}} = t \cdot S_{\mathrm{II}} = 2{,}33 \cdot 1{,}214 = 2{,}828.$$

Так как не более m разностей $|\, x_{\mathrm{I}} - \bar{x}\,|$ превосходит E по обеим сериям, то гипотеза о нормальном законе распределения вероятности результата измерения согласуется с экспериментальными данными.

4. Проверяется значимость различия средних арифметических серий по алгоритму [3]. Для этого вычисляются моменты закона распределения разности:

$$G = \bar{x}_{\mathrm{I}} - \bar{x}_{\mathrm{II}} = 483{,}545 - 483{,}545 = 0;$$

$$S_G = \sqrt{\frac{S_{\mathrm{I}}^2}{n_{\mathrm{I}}} + \frac{S_{\mathrm{II}}^2}{n_{\mathrm{II}}}} = \sqrt{\frac{1{,}293^2}{17} + \frac{1{,}214^2}{17}} = 0{,}161.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, определяется из соответствующих таблиц интегральной функции нормированного нормального распределения $\Phi(t)$ [1] значение $t = 1{,}57$.

Ñðàâí èâàåòñÿ $|G|$ с $t \cdot S_G$. Так как $|G| = 0 \le t \cdot S_G = 0{,}253$, то различия между средними арифметическими в обеих сериях с доверительной вероятностью P можно признать незначимым.

5. Проверяется равнорассеянность результатов измерений в сериях по алгоритму [3]. Для этого следует определить значение

$$F = \frac{S_{\mathrm{I}}^2}{S_{\mathrm{II}}^2} = \frac{1{,}293^2}{1{,}214^2} = 1{,}136.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, определяется из соответствующих таблиц [1] значение аргумента интегральной ôóí êöèè ðàñï ðåäåëåí èÿ âåðî ÿòí î ñòè Ôèø åðà $F_q = 2{,}69$. Сравнивается F с F_q. Так как $F < F_q$, то серии с доверительной вероятностью P считают равнорассеянными.

Так как серии однородны (равнорассеяны с незначимым различием средних арифметических), то все результаты измерения объединяются в единый массив и выполняется обработка по алгоритму [1], как для одной серии. Для этого определяется оценка результата измерения и среднеквадратического отклонения по формулам:

$$\bar{x} = \frac{(n_1\bar{x}_{\mathrm{I}} + n_2\bar{x}_{\mathrm{II}})}{(n_1 + n_2)} = 483{,}545;$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{(n_1+n_2)(n_1+n_2-1)}\left[(n_1-1)S_{\mathrm{I}}^2 + (n_2-1)S_{\mathrm{II}}^2 + n_1(\bar{x}_{\mathrm{I}} - \bar{x})^2 + n_2(\bar{x}_{\mathrm{II}} - \bar{x})^2\right]} = $$
$$= 0{,}261.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, из таблиц распределения Стьюдента определяется значение t для числа степеней свободы

$$m = 2^2 \Big/ \left[(n_1 - 1)^{-1} + (n_2 - 1)^{-1}\right]; \quad m = 4/(0{,}1 + 0{,}1) = 20.$$

Тогда $t = 2{,}086$. Определим доверительный интервал

$$\Delta_P = t \cdot S = 2{,}086 \cdot 0{,}261 = 0{,}544.$$

6. Записывается результат измерения $x \pm \mathrm{D}_P = 483{,}5 \pm 0{,}5$, $P = 0{,}95$, $n = 22$.

Задание

Используя данные для задачи 4, произвести обработку результатов нескольких серий прямых многократных равноточных измерений и определить, чему равно значение измеряемой величины.

Задача 5

ОБРАБОТКА РЕЗУЛЬТАТОВ НЕСКОЛЬКИХ СЕРИЙ ИЗМЕРЕНИЙ (НЕРАВНОТОЧНЫЕ ИЗМЕРЕНИЯ)

Неравноточные измерения – это ряд измерений, выполненных различными по точности средствами измерений и (или) в несхожих условиях.

Неравноточные измерения обрабатывают для получения результата измерений только в том случае, когда невозможно получить ряд равноточных измерений.

Для проверки гипотезы равноточности двух рядов, состоящих из n_1 и n_2 результатов наблюдений, вычисляются эмпирические дисперсии для каждого ряда

$$S_1^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1}(x_i - \bar{x})^2}{n_1 - 1} \quad \text{и} \quad S_2^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_2}(x_i - \bar{x})^2}{n_2 - 1}.$$

Затем находится дисперсионное отношение $F = \frac{S_1^2}{S_2^2}$, которое составляется так, чтобы $S_1^2 > S_2^2$.

Измерения считаются неравноточными, если F попадает в критическую область, т. е. $F > F_q$.

Значение F_q для различных уровней значимости q и степеней свободы $k_1 = n_1 - 1$ и $k_2 = n_2 - 1$ выбираются из таблицы критерия Фишера.

Пример

При многократных измерениях одной и той же величины получены две серии по $n = 12$ результатов измерений в каждой. Эти результаты после внесения поправок представлены в табл. 8. Вычислим результат многократных измерений.

Таблица 8

Результаты измерений $X_{j,i}$ двух серий

Серия $j = 1$															
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}
563	564	565	562	564	563	565	565	564	563	561	574	565	564	563	564
Серия $j = 2$															
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}
564,02	564,06	564,03	564,04	564,08	564,06	564,05	564,04	564,05	564,06	564.05	573,01	564,09	564,06	564,07	564,07

Экспериментальные данные обрабатываются в каждой j-й серии отдельно.

1. Определяются оценки результата измерения x_j и среднеквадратического отклонения S_j

$$\overline{x_{\mathrm{I}}} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = 564{,}417; \qquad S_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i - \bar{x}_{\mathrm{I}})^2}{15}} = 3{,}26;$$

$$\bar{x}_{\mathrm{II}} = \frac{\sum_{i=1}^{16} x_i}{16} = 564{,}786; \qquad S_{\mathrm{II}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{16}(x_i - \bar{x}_{\mathrm{II}})^2}{15}} = 2{,}6.$$

2. Обнаруживаются и исключаются ошибки для первой серии. Для этого вычисляется наибольшее по абсолютному значению нормированное отклонение:

$$\beta_{\mathrm{I}} = \frac{\max|x_i - \bar{x}_{\mathrm{I}}|}{S_{\mathrm{I}}} = 2{,}94.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, с учетом $q = 1 - P$ находится соответствующее ей теоретическое (табличное) значение $\beta_q = 2{,}13$.

Сравнивается β_{I} с β_q. Так как $\beta_{\mathrm{I}} > \beta_q$, то данный результат измерения x_{12} является ошибочным, он должен быть отброшен. После этого повторяются вычисления для сокращенной серии результатов измерений.

$$\overline{x_{\mathrm{I}}} = \frac{\sum_{i=1}^{15} x_i}{15} = 563{,}545; \qquad S_{\mathrm{I}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{15}(x_i - \bar{x}_{\mathrm{I}})^2}{14}} = 1{,}293;$$

$$\beta_{\mathrm{I}} = \frac{\max|x_i - \bar{x}_{\mathrm{I}}|}{S_{\mathrm{I}}} = 1{,}195.$$

Для $n = 15$ определяется $\beta_q = 2{,}15$. Сравнивается β_{I} с β_q. Так как $\beta_{\text{I}} < \beta_q$, больше ошибочных результатов нет.

Обнаруживаются и исключаются ошибки для второй серии:

$$\beta_{\text{II}} = \frac{\max\left|x_i - \bar{x}_{\text{II}}\right|}{S_{\text{II}}} = 3{,}175.$$

Для $n = 16$ определяется $\beta_q = 2{,}13$. Сравнивается β_{II} с β_q. Так как $\beta_{\text{II}} > \beta_q$, то данный результат измерения x_{12} является ошибочным, он должен быть отброшен. После этого повторяются вычисления для сокращенной серии результатов измерений.

$$\bar{x}_{\text{II}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{15} x_i}{15} = 564{,}035; \qquad S_{\text{II}} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{i=1}^{15}(x_i - \bar{x}_{\text{II}})^2}{14}} = 0{,}012;$$

$$\beta_{\text{II}} = \frac{\max\left|x_i - \bar{x}_{\text{II}}\right|}{S_{\text{II}}} = 2{,}023.$$

Для $n = 15$ определяется $\beta_q = 2{,}15$. Сравнивается β_{II} с β_q. Так как $\beta_{\text{II}} < \beta_q$, больше ошибочных результатов нет.

3. Проверяется гипотеза о нормальности распределения для обеих серий оставшихся результатов измерений по составному критерию [1]. Применив критерий 1, вычисляется отношение

$$d_{\text{I}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{15}\left|x_i - \bar{x}_{\text{I}}\right|}{\sqrt{15 \cdot \sum\limits_{i=1}^{15}(x_i - \bar{x}_{\text{I}})^2}} = 0{,}844; \qquad d_{\text{II}} = \frac{\sum\limits_{i=1}^{15}\left|x_i - \bar{x}_{\text{II}}\right|}{\sqrt{15 \cdot \sum\limits_{i=1}^{17}(x_i - \bar{x}_{\text{II}})^2}} = 0{,}829.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P_1 = 0{,}98$ и для уровня значимости $q_1 = 1 - P_1$, по таблицам определяются квантили распределения $d_{1-0{,}5q_1} = 0{,}715$ и $d_{0{,}5q_1} = 0{,}907$. Сравниваются d_{I} и d_{II} с $d_{1-0{,}5q_1}$ и $d_{1-0{,}5q_1}$. Так как $d_{1-0{,}5q_1} < d_{\text{I}}$, $d_{\text{II}} < d_{0{,}5q_1}$, то гипотеза о нормальном

законе распределения вероятности результата измерения для обеих серий согласуется с экспериментальными данными.

Применив критерий 2, задаются доверительной вероятностью $P_2 = 0{,}98$, и для уровня значимости $q_2 = 1 - P_2$ с учетом $n = 17$ определяются по таблицам значения $m_1 = m_2 = 1$ и $P^* = P^{**} = 0{,}98$. Для вероятности $P^* = 0{,}98$ из таблиц для интегральной функции нормированного нормального распределения $\Phi(t)$ [2] определяется значение $t = 2{,}33$ и рассчитываются

$$E_{\text{I}} = t \cdot S_{\text{I}} = 2{,}33 \cdot 1{,}293 = 3{,}013;$$

$$E_{\text{II}} = t \cdot S_{\text{II}} = 2{,}33 \cdot 1{,}214 = 2{,}828.$$

Так как не более m разностей $|\, x_{\text{I}} - \bar{x}\, |$ превосходит E по обеим сериям, то гипотеза о нормальном законе распределения вероятности результата измерения согласуется с экспериментальными данными.

4. Проверяется значимость различия средних арифметических значений измеряемой величины нескольких серий измерений по алгоритму [3]. Для этого вычисляются моменты закона распределения:

$$G = \bar{x}_{\text{I}} - \bar{x}_{\text{II}} = 564{,}545 - 564{,}035 = 0{,}51;$$

$$S_G = \sqrt{\frac{S_{\text{I}}^2}{n_{\text{I}}} + \frac{S_{\text{II}}^2}{n_{\text{II}}}} = \sqrt{\frac{1{,}293^2}{15} + \frac{0{,}012^2}{15}} = 0{,}39.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, из соответствующих таблиц интегральной функции нормированного нормального распределения Φ (t) [1] определяется значение $t = 1{,}57$.

Ñðàâí èâàåòñÿ $|G|$ с $t \cdot S_G$. Так как $|G| = 0{,}39 < t \cdot S_G = 0{,}612$, то различия между средними арифметическими в обеих сериях с доверительной вероятностью P можно признать незначимыми.

5. Проверяется равнорассеянность результатов измерений в сериях по алгоритму [3]. Для этого следует определить значение

$$F = \frac{S_{\text{I}}^2}{S_{\text{II}}^2} = \frac{1{,}293^2}{0{,}012^2} = 107{,}8^2.$$

Задавшись доверительной вероятностью $P = 0{,}95$, из соответствующих таблиц [1] определяется значение аргумента интегральной функции распределения вероятности Фишера $F_q = 2{,}44$. Сравним F с F_q.

Так как $F > F_q$, то серии с доверительной вероятностью P считают неравноточными.

6. Для удобства обработки результатов неравноточных измерений вводятся весовые коэффициенты [2]

$$p_i = \frac{\mu^2}{S_i^2},$$

где μ^2 –некоторый коэффициент, выбранный таким образом, чтобы отношение $\frac{\mu^2}{S_j^2}$ было близким к единице, S_j – СКО j-й серии,

$$p_1 = \frac{\mu^2}{S_1^2} = 0{,}00009, \; p_2 = \frac{\mu^2}{S_2^2} = 1.$$

7. Находится весовое среднее $\overline{X}_p$

$$\overline{X}_p = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i \cdot \overline{x}_i}{\sum_{i=1}^{n} p_i} = \frac{0{,}00009 \cdot 564{,}545 + 1 \cdot 564{,}035}{0{,}00009 + 1} = 564{,}031.$$

8. Среднее квадратическое отклонение результатов измерений вычисляется по формуле

$$S = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^{n} p_i (\overline{x}_i - \overline{X}_p)^2} = 0{,}0149.$$

9. Находится среднее квадратическое отклонение весового среднего

$$S_{\overline{X}_p} = \frac{S}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} p_i}} = 0{,}015.$$

10. Результат измерения представляется в виде

$$X = \overline{X}_p \pm S_{\overline{X}p} = 564{,}031 \pm 0{,}015.$$

Задание

Используя данные для задачи 5, произвести обработку результатов нескольких серий прямых многократных неравноточных измерений и определить, чему равно значение измеряемой величины.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Исходные данные к задаче 1

Таблица П1

Результаты измерений и характеристики средств измерений

Вариант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Показания прибора	15	25	31	24	27	85	68	59	35	45	64	86	28	55
Пределы измерений	0...50	0…50	0…40	0...60	0…30	0…100	0…80	0...70	0…50	0…60	0…90	0…90	0…30	0…60
Класс точности	4	5	0,2	0,5	1	2	0,4	1,5	4	0,2	0,5	0,4	0,5	1
Погрешность градуировки	−0,5	0,5	0,2	0,5	0,1	−0,5	−0,2	−0,6	0,4	−0,5	0,2	−0,2	−0,1	0,2
Вариант	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Показания прибора	52	12	8	4	7	5	75	19	45	5	14	26	18	5
Пределы измерений	0…55	0…50	0…20	0…10	0…10	0… 10	0…80	0…50	0…50	0…40	0…20	0…50	0…30	0…20
Класс точности	2	5	0,5	0,1	1	0,2	0,4	1	5	0,2	0,4	2	0,2	1
Погрешность градуировки	−0,5	0,5	0,2	0,1	0,1	−0,1	−0,5	−0,6	0,4	−0,1	0,2	−0,5	−0,2	0,1

Исходные данные к задаче 2

Таблица П2

Результаты наблюдений

Вариант	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}	X_{15}	X_{16}
1	484	485	484	485	483	492	485	484	485	482	481	484	494	485	484	483
2	15,1	15,2	15,5	15,4	15,5	15,6	15,3	15,4	15,4	15,5	15,3	15,5	15,4	15,6	16,2	15,4
3	5,8	6,1	5,7	5,6	5,4	5,6	5,5	5,4	5,6	5,5	5,3	5,1	5,6	5,4	5,5	5,4
4	1,6	1,5	1,7	1,5	1,4	1,6	1,5	1,8	2,2	1,5	1,6	1,7	1,4	1,5	1,4	1,5
5	6,6	6,5	6,5	6,8	6,9	6,4	6,5	6,6	6,5	6,7	6,5	7,3	6,4	6,5	6,5	6,6
6	10,3	10,1	10,2	10,1	10,3	10,2	10,9	11,2	10,4	10,3	10,4	10,3	10,2	10,1	10,3	10,2
7	15,5	15,3	15,3	15,4	15,3	15,2	15,6	15,4	15,3	15,2	15,8	15,4	16,2	15,5	15,3	15,4
8	11,8	11,7	11,8	11,9	11,6	11,5	11,8	11,7	11,8	11,6	11,9	11,7	11,5	10,6	11,6	11,9
9	5,6	5,5	5,8	5,3	5,5	5,6	5,4	5,9	5,5	5,6	5,7	5,4	5,5	5,7	6,3	5,4
10	4,8	4,6	4,7	4,8	4,6	4,8	4,9	4,6	4,8	4,7	4,8	4,6	4,8	3,9	4,7	4,5
11	2,5	2,7	2,8	2,5	2,3	2,2	2,5	2,3	2,4	2,5	2,6	2,9	3,2	2,6	2,1	2,5
12	4,5	4,3	4,1	4,8	4,6	4,5	4,4	4,6	4,3	4,5	4,3	4,4	4,5	4,7	5,2	4,2
13	12,6	12,8	12,4	12,5	12,5	12,2	12,4	12,6	12,2	12,4	11,5	12,3	12,5	12,7	12,4	12,3
14	9,3	9,4	9,1	9,2	9,5	9,2	9,4	9,3	9,4	9,5	10,6	9,4	9,2	9,5	9,3	9,2
15	5,8	5,9	6,2	5,8	5,6	5,8	5,7	6,1	5,9	5,8	6,9	5,8	5,7	5,8	5,7	5,9
16	4,3	4,4	4,6	4,2	4,3	4,6	4,5	4,3	4,6	4,9	4,3	4,6	4,5	4,7	3,8	4,5
17	3,1	3,4	3,2	3,5	3,1	3,6	3,2	3,3	3,4	3,3	3,2	3,4	3,3	3,5	3,3	3,4
18	10,6	10,2	10,5	10,3	10,4	10,3	10,5	10,3	10,6	10,1	10,5	10,4	10,3	10,5	11,4	10,4
19	4,3	4,4	4,5	4,6	4,2	4,1	4,3	4,5	4,4	4,3	4,6	4,8	4,2	4,7	4,6	5,3
20	6,3	6,8	6,5	6,4	6,7	6,6	6,5	6,4	6,2	6,1	6,4	6,7	6,5	6,4	6,7	7,4
21	2,1	2,2	2,1	2,3	2,1	2,4	2,3	2,6	2,1	2,3	2,4	2,6	2,3	2,7	3,5	2,4
22	7,4	7,3	7,2	,7,6	7,4	7,5	7,4	7,6	7,9	7,4	7,2	7,1	7,4	7,5	7,6	8,7
23	4,5	4,3	4,4	4,6	4,7	4,9	4,5	4,3	4,5	4,5	4,6	4,3	5,6	4,6	4,4	4,5
24	11,1	11,3	11,3	11,2	11,5	11,3	11,1	11,3	11,5	11,2	11,6	12,3	11,2	11,3	11,4	11,3
25	10,6	10,7	10,4	10,9	11,8	10,6	10,5	10,6	10,4	10,6	10,4	10,5	10,7	10,4	10,6	10,5

Таблица П3

Классы точности прибора

Вариант	Класс точности	Пределы измерений
1	1	0…600
2	0,2	0…20
3	0,1	0…15
4	0,5	0…10
5	0,1	0…10
6	0,2	0…25
7	0,1	0…30
8	0,4	0…20
9	0,2	0…10
10	0,5	0…10
11	0,2	0…10
12	0,5	0…10
13	0,2	0…20
14	0,5	0…20
15	0,2	0…10
16	0,5	0…10
17	0,2	0…10
18	0,1	0…15
19	0,2	0…10
20	0,1	0…10
21	0,5	0…10
22	0,2	0…10
23	0,1	0…10
24	0,2	0…20
25	0,5	0…20

Исходные данные к задаче 3

Таблица П4

Результаты измерений *U* и *I*

Вариант 1

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
483	484	485	482	484	483	485	485	484	483	481	494
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
482	483	483	482	483	486	485	484	484	483	484	493

Вариант 2

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
223	224	225	222	224	223	225	225	224	223	221	224
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
112	113	113	112	113	116	115	114	114	113	114	113

Вариант 3

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
233	234	235	232	234	233	235	235	234	233	231	244
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
452	453	453	452	453	456	455	454	454	453	454	463

Продолжение табл. П4

Вариант 4

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
673	674	675	672	674	673	675	675	674	673	671	684
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
562	563	563	562	563	566	565	564	564	563	564	573

Вариант 5

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
323	324	325	322	324	323	325	325	324	323	321	334
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
122	123	123	122	123	126	125	124	124	123	124	133

Вариант 6

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
433	434	435	432	434	433	435	435	434	433	431	444
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
222	223	223	222	223	226	225	224	224	223	224	233

Вариант 7

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
673	674	675	672	674	673	675	675	674	673	671	684
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
182	183	183	182	183	186	185	184	184	183	184	193

Вариант 8

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
443	444	445	442	444	443	445	445	444	443	441	454
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
332	333	333	332	333	336	335	334	334	333	334	343

Вариант 9

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
543	544	545	542	544	543	545	545	544	543	541	554
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
582	583	583	582	583	586	585	584	584	583	584	593

Вариант 10

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
683	684	685	682	684	683	685	685	684	683	681	694
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
112	113	113	112	113	116	115	114	114	113	114	123

Вариант 11

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
183	184	185	182	184	183	185	185	184	183	181	194
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
82	83	83	82	83	86	85	84	84	83	84	93

Вариант 12

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
482	483	484	481	483	482	484	484	483	482	480	493
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
182	183	183	182	183	186	185	184	184	183	184	193

Вариант 13

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
463	464	465	462	464	463	465	465	464	463	461	474
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
282	283	283	282	283	286	285	284	284	283	284	293

Вариант 14

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
683	684	685	682	684	683	685	685	684	683	681	694
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
452	453	453	452	453	456	455	454	454	453	454	463

Вариант 15

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
413	414	415	412	414	413	415	415	414	413	411	424
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
442	443	443	442	443	446	445	444	444	443	444	453

Вариант 16

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
883	884	885	882	884	883	885	885	884	883	881	894
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
482	483	483	482	483	486	485	484	484	483	484	493

Вариант 17

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
783	784	785	782	784	783	785	785	784	783	781	794
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
182	183	183	182	183	186	185	184	184	183	184	193

Вариант 18

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
583	584	585	582	584	583	585	585	584	583	581	594
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
682	683	683	682	683	686	685	684	684	683	684	693

Вариант 19

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
283	284	285	282	284	283	285	285	284	283	281	294
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
484	485	485	484	485	488	487	486	486	485	486	495

Вариант 20

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
813	814	815	812	814	813	815	815	814	813	811	824
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
382	383	383	382	383	386	385	384	384	383	384	393

Вариант 21

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
223	224	225	222	224	223	225	225	224	223	221	234
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
112	113	113	112	113	116	115	114	114	113	114	123

Вариант 22

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
453	454	455	452	454	453	455	455	454	453	451	464
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
682	683	683	682	683	686	685	684	684	683	684	693

Вариант 23

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
673	674	675	672	674	673	675	675	674	673	671	684
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
482	483	483	482	483	486	485	484	484	483	484	493

Вариант 24

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
213	214	215	212	214	213	215	215	214	213	211	224
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	$I_{8,}$	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
471	472	472	471	472	475	474	473	473	472	473	482

Вариант 25

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
83	84	85	82	84	83	85	85	84	83	81	88
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
82	83	83	82	83	86	85	84	84	83	84	91

Вариант 26

Напряжение U, мВ											
U_1	U_2	U_3	U_4	U_5	U_6	U_7	U_8	U_9	U_{10}	U_{11}	U_{12}
653	654	655	652	654	653	655	655	654	653	651	664
Ток I, мкА											
I_1	I_2	I_3	I_4	I_5	I_6	I_7	I_8	I_9	I_{10}	I_{11}	I_{12}
482	483	483	482	483	486	485	484	484	483	484	493

Исходные данные к задаче 4

Таблица П5

Результаты наблюдений

Вариант 1

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
583	584	585	582	584	583	585	585	584	583	581	594
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
582	583	583	582	583	586	585	584	584	583	584	593

Вариант 2

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
183	184	185	182	184	183	185	185	184	183	181	194
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
182	183	183	182	183	186	185	184	184	183	184	193

Вариант 3

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
413	414	415	412	414	413	415	415	414	413	411	424
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
412	413	413	412	413	416	415	414	414	413	414	423

Вариант 4

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
113	114	115	112	114	113	115	115	114	113	111	124
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
112	113	113	112	113	116	115	114	114	113	114	123

Вариант 5

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
233	234	235	232	234	233	235	235	234	233	231	244
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
232	233	233	232	233	236	235	234	234	233	234	243

Вариант 6

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
563	564	565	562	564	563	565	565	564	563	561	574
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
562	563	563	562	563	566	565	564	564	563	564	573

Вариант 7

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
783	784	785	782	784	783	785	785	784	783	781	794
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
782	783	783	782	783	786	785	784	784	783	784	793

Вариант 8

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
143	144	145	142	144	143	145	145	144	143	141	154
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
142	143	143	142	143	146	145	144	144	143	144	153

Вариант 9

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
223	224	225	222	224	223	225	225	224	223	221	234
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
222	223	223	222	223	226	225	224	224	223	224	233

Вариант 10

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
513	514	515	512	514	513	515	515	514	513	511	524
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
512	513	513	512	513	516	515	514	514	513	514	523

Вариант 11

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
83	84	85	82	84	83	85	85	84	83	81	94
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
82	83	83	82	83	86	85	84	84	83	84	93

Вариант 12

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
482	483	484	481	483	482	484	484	483	482	480	493
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
481	482	482	481	482	485	484	483	483	482	483	492

Вариант 13

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
343	344	345	342	344	343	345	345	344	343	341	354
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
342	343	343	342	343	346	345	344	344	343	344	353

Вариант 14

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
673	674	675	672	674	673	675	675	674	673	671	684
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
672	673	673	672	673	676	675	674	674	673	674	683

Вариант 15

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
893	894	895	892	894	893	895	895	894	893	891	904
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
892	893	893	892	893	896	895	894	894	893	894	903

Вариант 16

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
403	404	405	402	404	403	405	405	404	403	401	414
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
402	403	403	402	403	406	405	404	404	403	404	413

Вариант 17

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
553	554	555	552	554	553	555	555	554	553	551	564
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
552	553	553	552	553	556	555	554	554	553	554	563

Вариант 18

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
243	244	245	242	244	243	245	245	244	243	241	254
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
242	243	243	242	243	246	245	244	244	243	244	253

Вариант 19

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
481	483	483	484	485	483	485	484	482	485	484	494
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
482	483	484	483	484	486	485	482	483	482	484	493

Вариант 20

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
313	314	315	312	314	313	315	315	314	313	311	324
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
312	313	313	312	313	316	315	314	314	313	314	323

Вариант 21

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
593	594	595	592	594	593	595	595	594	593	591	604
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
592	593	593	592	593	596	595	594	594	593	594	603

Вариант 22

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
683	684	685	682	684	683	685	685	684	683	681	694
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
682	683	683	682	683	686	685	684	684	683	684	693

Вариант 23

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
773	774	775	772	774	773	775	775	774	773	771	784
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
772	773	773	772	773	776	775	774	774	773	774	783

Вариант 24

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
503	504	505	502	504	503	505	505	504	503	501	514
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
502	5083	503	502	503	506	505	504	504	503	504	513

Вариант 25

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
323	324	325	322	324	323	325	325	324	323	321	334
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
322	323	323	322	323	326	325	324	324	323	324	333

Вариант 26

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
973	974	9775	972	974	973	975	975	974	973	971	984
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
972	973	973	972	973	976	975	974	974	973	974	983

Исходные данные к задаче 5

Таблица П6

Результаты наблюдений

Вариант 1

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
583	584	585	582	584	583	585	585	584	583	581	594
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
584,02	584,04	584,03	584,05	584,03	584,06	584,03	584,05	584,05	584,04	584,03	593,02

Вариант 2

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
183	184	185	182	184	183	185	185	184	183	181	194
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
184,02	184,06	184,03	184,04	184,08	184,06	18,05	184,04	184,05	184,06	184.05	193,01

Вариант 3

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
413	414	415	412	414	413	415	415	414	413	411	424
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
414,02	414,06	414,02	414,03	414,06	414,08	414,05	414,01	414,04	414,05	414,04	423,02

Вариант 4

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
113	114	115	112	114	113	115	115	114	113	111	124
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
114.02	114,03	114,03	114,02	114,03	114,06	114,05	114,04	114,04	114,03	114,04	123,02

Вариант 5

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
233	234	235	232	234	233	235	235	234	233	231	244
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
234,02	234,03	234,03	234,02	234,03	234,06	234,05	234,04	234,04	234,03	234,04	243,03

Вариант 6

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
563	564	565	562	564	563	565	565	564	563	561	574
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
564,02	564,03	564,03	564,02	564,03	564,06	564,05	564,04	564,04	56,03	564,04	573,04

Вариант 7

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
783	784	785	782	784	783	785	785	784	783	781	794
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
784,02	784,03	784,03	784,02	784,03	784,06	784,05	784,04	784,04	784,03	784,04	793,02

Вариант 8

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
143	144	145	142	144	143	145	145	144	143	141	154
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
144,02	144,03	144,03	144,02	144,03	144,06	144,05	144,04	144,04	144,03	144,04	153,1

Вариант 9

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
223	224	225	222	224	223	225	225	224	223	221	234
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
224,02	224,03	224,03	224,04	224,04	224,06	224,05	224,04	224,04	224,03	224,04	233,03

Вариант 10

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
513	514	515	512	514	513	515	515	514	513	511	524
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
514,02	514,03	514,03	514,02	514,03	514,06	514,05	514,04	514,04	514,03	514,04	523,01

Вариант 11

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
83	84	85	82	84	83	85	85	84	83	81	94
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
84,02	84,03	84,03	84,02	84,03	84,06	84,05	84,04	84,04	84,03	84,04	93,02

Вариант 12

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
482	483	484	481	483	482	484	484	483	482	480	493
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
483,01	483,02	483,02	483,01	483,02	483,05	483,04	483,03	483,03	483,02	483,03	492,02

Вариант 13

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
343	344	345	342	344	343	345	345	344	343	341	354
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
344,02	344,03	344,03	344,02	344.03	344,06	344,05	344,04	344,04	344,03	344,04	353,03

Вариант 14

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
673	674	675	672	674	673	675	675	674	673	671	684
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
674,02	674,03	674,03	674,02	674,03	674,06	674,05	674,04	674,04	674,03	674,04	683,02

Вариант 15

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
893	894	895	892	894	893	895	895	894	893	891	904
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
894,02	894,03	894,03	894,02	894,03	894,06	894,05	894,04	894,04	894,03	894,04	903,05

Вариант 16

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
403	404	405	402	404	403	405	405	404	403	401	414
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
404,02	404,03	404,03	404,02	404,03	404,06	404,05	404,04	404,04	404,03	404,04	413,06

Вариант 17

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
553	554	555	552	554	553	555	555	554	553	551	564
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
554,02	554,03	554,03	554,02	554,03	554,06	554,05	554,04	554,04	554,03	554,04	563,06

Вариант 18

Серия $j = 1$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
243	244	245	242	244	243	245	245	244	243	241	254
Серия $j = 2$											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
244,02	244,03	244,03	244,02	244,03	244,06	244,05	244,04	244,04	244,03	244,04	253,02

Окончание табл. П6

Вариант 19

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
481	483	483	484	485	483	485	484	482	485	484	494
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
484,02	484,03	484,04	484,03	484,04	484,06	484,05	484,02	484,03	484,02	484,04	493,7

Вариант 20

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
313	314	315	312	314	313	315	315	314	313	311	324
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
314,02	314,03	314,03	314,02	314,03	314,06	314,05	314,04	314,04	314,03	314,04	323,03

Вариант 21

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
593	594	595	592	594	593	595	595	594	593	591	604
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
594,02	594,03	594,03	594,02	594,03	594,06	594,05	594,04	594,04	594,03	594,04	603,02

Вариант 22

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
683	684	685	682	684	683	685	685	684	683	681	694
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
684,02	684,03	684,03	684,02	684,03	684,06	684,05	684,04	684,04	684,03	684,04	693,01

Вариант 23

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
773	774	775	772	774	773	775	775	774	773	771	784
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
774,02	774,03	774,03	774,02	774,03	774,06	774,05	774,04	774,04	774,03	774,04	783,05

Вариант 24

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
503	504	505	502	504	503	505	505	504	503	501	514
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
504,02	504,03	504,03	504,02	504,03	504,06	504,05	504,04	504,04	504,03	504,04	513,12

Вариант 25

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
323	324	325	322	324	323	325	325	324	323	321	334
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
324,02	324,03	324,03	324,02	324,03	324,06	324,05	324,04	324,04	324,03	324,04	333,09

Вариант 26

Серия j = 1											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
973	974	9775	972	974	973	975	975	974	973	971	984
Серия j = 2											
X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}
974,02	974,03	974,03	974,02	974,03	974,06	974,05	974,04	974,04	974,03	974,04	983,11

Рекомендуемая литература

1. *Бронштейн, И. Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев. – М.: Наука, 1986. – 544 с.
2. *Радкевич, Я. М.* Метрология, стандартизация и сертификация / Я. М. Радкевич, Ф. Г. Схиртладзе. – М.: Высш. шк., 2004. – 767 с.
3. *Шишкин, И. Ф.* Метрология, стандартизация и управление качеством / И. Ф. Шишкин. – М.: Изд-во стандартов, 1990.
4. *Сергеев, А. Г.* Метрология: учеб. пособие для вузов / А. Г. Сергеев, В. В. Крохин. – М.: Логос, 2000. – 408 с.

Оглавление

МЕТРОЛОГИЯ, СТАНДАРТИЗАЦИЯ И СЕРТИФИКАЦИЯ

Часть II

Методические указания для студентов строительных и механических специальностей очной и заочной форм обучения

Составитель **Норин** Вениамин Александрович

Редактор В. А. Преснова
Корректор А. Г. Лавров
Компьютерная верстка И. А. Яблоковой

Подписано к печати 29.12.09. Формат 60×84 1/16. Бум. офсетная.
Усл. печ. л. 2,6. Уч.-изд. л. 2,8. Тираж 500 экз. Заказ 177. «С» 95.
Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет.
190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 4.
Отпечатано на ризографе. 190005, Санкт-Петербург, 2-я Красноармейская ул., 5.