МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ И ГАЗА

Методическое пособие

ОГЛАВЛЕНИЕ

Практическое занятие №1 Водяные система отопления. Сжимаемость и	
температурное расширение жидкости	3
Краткие теоретические сведения:	3
Задание:	11
Практическое занятие №2 Гидростатика	12
Краткие теоретические сведения:	12
Задание:	17
Практическое занятие №3 Силы давления жидкости на стенки	20
Краткие теоретические сведения:	20
Задание:	23
Практическое занятие №4 Основные законы движения жидкости	27
Краткие теоретические сведения:	27
Задание:	31
Практическое занятие №5 Расчет трубопроводных систем. Линейные потер	И
напора	35
Краткие теоретические сведения:	35
Задание:	41
Практическое занятие №6 Расчет трубопроводных систем. Местные потери]
напора	42
Краткие теоретические сведения:	42
Задание:	51
Практическое занятие №7 Истечение жидкости из отверстий	54
Краткие теоретические сведения:	54
Задание:	
Практическое занятие №8 Расчет сложных трубопроводов	64
Краткие теоретические сведения:	64
Задание:	66
Практическое занятие №9 Работа нагнетателя в сети	
Краткие теоретические сведения:	68
Задание:	74
Практическое занятие №10 Гидравлические модели кольцевых	
водопроводных сетей	77
Краткие теоретические сведения:	77
Задание:	
Практическое занятие №11 Инженерные системы зданий	
Краткие теоретические сведения:	
Задание:	
Практическое занятие №12 Транспортная теорема Рейнольдса	87
Краткие теоретические сведения:	
Задание:	
Практическое занятие №13 Уравнения Навье-Стокса для декартовой систем	
координат	

Краткие теоретические сведения:	. 90
Задание:	. 92
Практическое занятие №14 Уравнения Навье-Стокса для цилиндрической	
системы координат	. 92
Краткие теоретические сведения:	
Задание:	. 93
Практическое занятие №15 Функции линий тока и пограничный слой	. 93
Краткие теоретические сведения:	. 93
Задание:	. 93

Практическое занятие №1 Водяные система отопления. Сжимаемость и температурное расширение жидкости

Краткие теоретические сведения:

Отопление – искусственный обогрев помещений с целью возмещения в них теплопотерь и поддержания на заданном уровне температуры. Система отопления – это совокупность технических элементов, предназначенных для компенсации температурных через внешние потерь ограждающие конструкции (стены, пол, крыша), методом получения, переноса и передачи во все обогреваемые помещения необходимого количества теплоты, достаточного для поддержания температуры на заданном уровне.

Водяные системы отопления включают в себя различные элементы, где наибольшую роль отводят котлу, насосу, расширительному баку, а также радиаторам отопления.

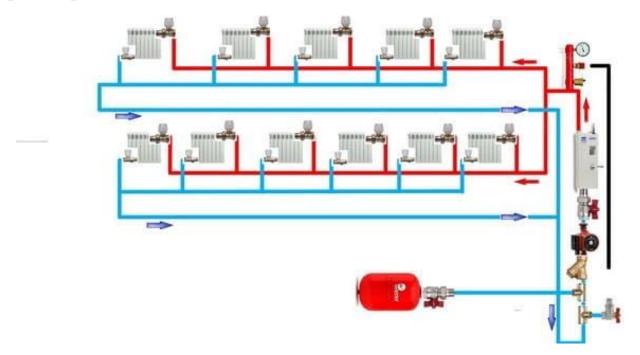


Рисунок 1 – Схема системы водяного отопления.

Характеристики насосов. Под напором насоса понимается удельная механическая работа, передаваемая насосом перекачиваемой жидкости.

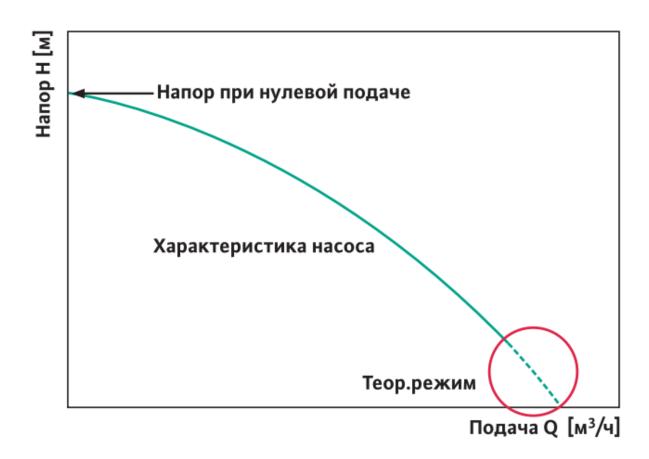


Рисунок 2 – Характеристики насосов.

Форма характеристики показывает следующие виды зависимости: энергия электропривода (с учетом общего КПД) преобразуется в насосе в такие формы гидравлической энергии, как давление и скорость. Если насос работает при закрытом клапане, он создает максимальное давление. В этом случае говорят о напоре насоса при нулевой подаче. Когда клапан начинает медленно открываться, перекачиваемая среда приходит в движение. За счет этого часть энергии привода преобразуется в кинетическую энергию жидкости. Поддержание первоначального давления становится невозможным. Характеристика насоса приобретает форму падающей кривой. Теоретически характеристика насоса пересекается с осью подачи. Тогда вода обладает только кинетической энергией, то есть давление уже не создается. Однако, так как в системе трубопроводов всегда имеет место внутреннее сопротивление, в реальности характеристики насосов обрываются до того, как будет достигнута ось подачи.

Характеристика системы. Трение, имеющее место в трубопроводной сети, ведет к потере давления перекачиваемой жидкости по всей длине. Кроме этого, потеря давления зависит от температуры и вязкости перекачиваемой жидкости, скорости потока, свойств арматуры и агрегатов, а также сопротивления, обусловленного диаметром, длиной и шероховатостью стенок труб. Потеря давления отображается на графике в виде характеристики

системы. Для этого используется тот же график, что и для характеристики насоса.

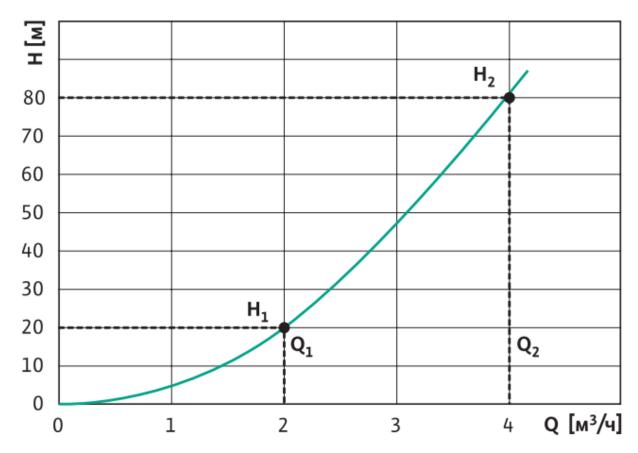


Рисунок 3 – Характеристика системы.

Причиной гидравлического сопротивления, имеющего место в трубопроводной сети, является трение воды о стенки труб, трение частиц воды друг о друга, а также изменение направления потока в фасонных деталях арматуры. При изменении подачи, например, при открывании и закрывании термостатических вентилей, изменяется также скорость потока и, тем самым, сопротивление. Так как сечение труб можно рассматривать как площадь живого сечения потока, сопротивление изменяется квадратично. Поэтому график будет иметь форму параболы. Эту связь можно представить в виде следующего уравнения:

$$\frac{H_1}{H_2} = \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right)^2.$$

Рабочая точка. Точка, в которой пересекаются характеристики насоса и системы, является рабочей точкой системы и насоса. Это означает, что в этой точке имеет место равновесие между полезной мощностью насоса и мощностью, потребляемой трубопроводной сетью. Напор насоса всегда равен сопротивлению системы. От этого зависит также подача, которая может быть обеспечена насосом. При этом следует иметь в виду, что подача не должна

быть ниже определенного минимального значения. В противном случае это может вызвать слишком сильное повышение температуры в насосной камере и, как следствие, повреждение насоса. Во избежание этого следует неукоснительно соблюдать инструкции производителя. Рабочая точка за пределами характеристики насоса может вызвать повреждение мотора. По мере изменения подачи в процессе работы насоса также постоянно смещается рабочая точка. Найти оптимальную расчетную рабочую точку в соответствии с максимальными эксплуатационными требованиями входит в задачи проектировщика. Такими требованиями являются: для циркуляционных насосов систем отопления — потребление тепла зданием, для установок повышения напора — пиковый расход для всех мест водоразбора. Все остальные рабочие точки находятся слева от данной расчетной рабочей точки.

Примерный расчет параметров насоса для стандартных систем отопления оказывается незаменимым инструментом в руках опытного инженера. Объем воды, перекачиваемый насосом системы отопления, зависит от потребления тепла зданием. Напротив, напор определяется гидравлическим сопротивлением, имеющим место в трубопроводах. При монтаже новой системы отопления эти параметры легко можно рассчитать с помощью компьютерных программ, которые сегодня находятся на очень высоком уровне. Однако при проведении ремонта уже имеющихся систем отопления такие расчеты обычно затруднены. Для получения необходимых данных о подаче насоса можно прибегнуть к различным примерным схемам расчета.

Для подбора насоса необходимо знать значение двух параметров: подачи и напора. В случае монтажа в системе отопления нового циркуляционного насоса подача определяется по следующей формуле, м³/с:

$$Q_{PU} = \frac{Q}{\Delta h \cdot \rho},$$

где Q — потребление тепла на отапливаемой площади, кВт; Δh — расчетная разность энтальпий в прямом и обратном трубопроводах системы отопления, кДж/кг; ρ — плотность теплоносителя, м³/кг.

Потребление тепла на отапливаемой площади можно определить по формуле, Вт:

$$Q = q_{ot} \cdot V_{ot} \cdot \left(t_{\text{внут}} - t_{\text{наружн}}\right),$$

где q_{ot} — нормируемая удельная характеристика расхода тепловой энергии на отопление и вентиляцию, принимаемую по таблице 13 в СП 50.13330.2012 Тепловая защита зданий, $\mathrm{Bt/m^3 \cdot K}$; V_{ot} — объем отапливаемого здания, $\mathrm{m^3}$; $t_{\mathrm{внут}}$ — расчетная температура внутреннего воздуха зданий, принимаемая по ГОСТ 30494, K;

 $t_{\text{наружн}}$ — расчетная температура наружного воздуха в холодный период года, принимаемая равной средней температуре наиболее холодной пятидневки с обеспеченностью 0.92 по СП 131.13330.2012 Строительная климатология.

Чтобы обеспечить доставку перекачиваемой жидкости в любую точку системы отопления, насос должен преодолеть сумму всех гидравлических сопротивлений. Так как обычно определить схему прокладки и условный проход трубопроводов довольно трудно, для примерного расчета напора можно использовать следующую формулу, Па:

$$H_{PII} = R \cdot L \cdot ZF$$
,

где R — потери на трение в трубах. При этом можно принять за основу значение 50 Па/м – 150 Па/м для стандартных систем (в зависимости от года постройки дома, в старых домах в связи с использованием труб большего диаметра потери давления меньше (50 $\Pi a/m$)), $\Pi a/m$; L – длина прямого и обратного трубопроводов или: (длина дома + ширина дома + высота дома) х 2, м; ZF коэффициент для фасонных деталей/арматуры ≈ 1.3, термостатического вентиля ≈ 1.7 . При наличии всех этих конструктивных элементов можно коэффициент Фасонные 2.2. детали/арматура термостатический клапан ≈ 1.7 , смеситель/гравитационный тормоз ≈ 1.2 . При наличии всех ЭТИХ конструктивных элементов онжом использовать коэффициент 2.6.

Увеличение и уменьшение объема. Все природные материалы расширяются при нагревании и сжимаются при охлаждении. Единственным исключением из этого правила является вода. Это уникальное ее свойство называется аномалией воды.

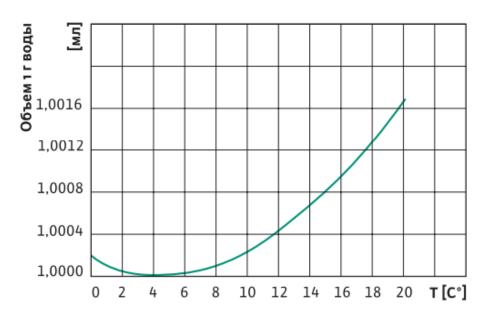


Рисунок 4 – Изменение объема воды.

Если вода нагревается или охлаждается относительно этой точки, ее объем увеличивается, что означает уменьшение плотности, т. е. вода становится легче. Однако, такое свойство расширяться может быть опасным.

Для расчета рабочего объема расширительного бака необходимо определить суммарный объём системы отопления сложением водяных объемов котла, отопительных приборов, трубопроводов. Объем расширительного бака:

$$V = VL \cdot E/D$$
,

где VL — суммарный объём системы (котел, радиаторы, трубы, теплообменники и т.п.), м³;

E — коэффициент расширения жидкости, для водяных систем отопления с максимальной температурой до 95°C вычисляется как отношение удельного объёма при температуре 95°C к отношению удельного объёма при температуре 20°C;

D — эффективность мембранного расширительного бака, определяемая по выражению:

$$D = \frac{PV - PS}{PV + 1},$$

где PV — максимальное рабочее давление системы отопления (расчетное давление предохранительного клапана равно максимальному рабочему давлению), для коттеджей обычно достаточно 2.5 бар;

PS — давление зарядки мембранного расширительного бака (должно быть равно статическому давлению системы отопления (0.5 бар = 5 метров).

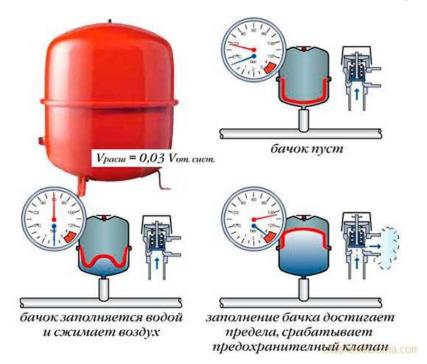


Рисунок 5 – Схема мембранного расширительного бака.

В отличие от классической механики материальных точек и твердых тел механика жидкости и газа рассматривает текучие среды, то есть неограниченно деформируемые при их движении. При этом считается, что они являются сплошными средами, то есть такими, масса которых непрерывным образом распределена по рассматриваемому объему без образования пустот. Данное предположение носит название гипотезы сплошности и означает, что рассматриваются процессы в объемах, характерные размеры которых существенно превышают размеры молекул и межмолекулярные расстояния. Данное упрощение реальной дискретной системы позволяет применить для ее описания математический аппарат дифференциального и интегрального исчисления. Параметры состояния среды при таком подходе непрерывно распределены по всему расчетному объему.

Наряду с гипотезой сплошности в механике жидкости и газа дополнительно предполагается справедливость следующих допущений:

- 1. Изучаемая среда подчиняется закономерностям механики Ньютона, то есть исследуются движения со скоростями существенно меньшими скорости света; рассматриваются объекты, существенно превышающие объекты микромира, изучаемые квантовой механикой. Применительно к изучаемой области сплошной среды постулируется возможность применения законов сохранения механики системы материальных точек: массы, количества движения, энергии и т. д.
- 2. Выполняются закономерности классической термодинамики. То есть в условиях термодинамического равновесия состояние среды можно определить с помощью нескольких макроскопических параметров (например, плотности, давления, температуры).

При изучении закономерностей в механике жидкости и газа широко распространен прием, когда из всей рассматриваемой области сплошной среды выделяется некоторый конечный контрольный объем W, ограниченный поверхностью S, который при движении деформируется и не смешивается со средой его окружающей, либо стенки объема могут считаться проницаемыми. Этот объем рассматривается, как материальный объект, к которому применяются законы механики. Действие же окружающей среды на выделенный объем заменяется внешним силовым и тепловым воздействием. Если стенки объема считаются проницаемыми, то дополнительно учитываются переносимые через них потоки массы, энергии и других физических величин.

Основной механической характеристикой жидкости является плотность ρ , кг/м³, определяемая для однородной жидкости отношением ее массы m к ее объему V:

$$\rho = m/V$$
.

Плотность тела в точке записывается как:

$$\rho = dm/dV$$
.

Плотность пресной воды при температуре 4 °C:

$$\rho_{4^{\circ}} = 1000 \text{ kg/m}^3.$$

Удельным весом однородной жидкости γ , H/m^3 , называется вес G единицы объема этой жидкости:

$$\gamma = G/V$$
.

Удельный вес пресной воды при температуре 4 °C:

$$\gamma_{4^{\circ}} = 9807 \text{ H/m}^3.$$

Относительным удельным весом жидкости δ называется отношение ее удельного веса к удельному весу пресной воды при температуре 4 °C:

$$\delta = \gamma/\gamma_{4^{\circ}}$$
.

Между плотностью и удельным весом существует связь:

$$\gamma = \rho \cdot g$$
.

где g – ускорение свободного падения.

Наряду с плотностью используется понятие удельного объема:

$$v = 1/\rho$$
.

Способность жидкости или газа под действием внешнего давления изменять свой объем (плотность) называется сжимаемостью. Если плотность жидкости (газа) постоянна, то такая среда называется несжимаемой. Количественно сжимаемость оценивается коэффициентами объемного сжатия и температурного расширения.

Коэффициент объемного сжатия β_p , Πa^{-1} , — относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления:

$$\beta_p = -\frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dp} \right)_T,$$

где dv — изменение объема v, соответствующее изменению давления на величину Δp .

Коэффициент объемного сжатия β_t , K^{-1} , — относительное изменение объема жидкости на единицу изменения температуры:

$$\beta_t = \frac{1}{v} \left(\frac{dv}{dt} \right)_p.$$

Задание:

1. Необходимо подобрать насос для системы теплопотребления, приведенной на рисунке ниже, а также рассчитать объем расширительного бака.

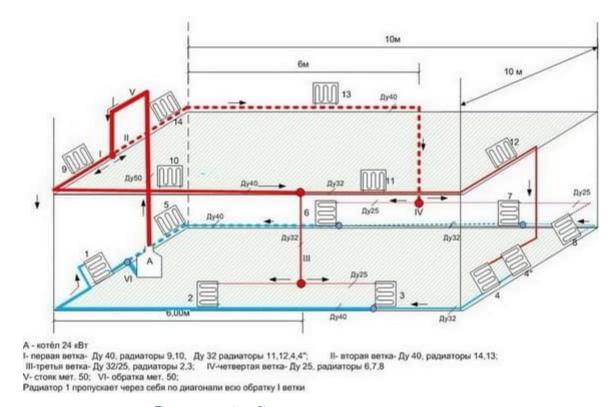


Рисунок 6 – Схема системы отопления.

- 2. Определить объем воды, который необходимо дополнительно подать в водопровод диаметром 500 мм и длиной 1 км для повышения давления до 5 МПа. Водопровод заполнен водой при нормальных условиях.
- 3. Определить допустимую величину утечки воды из системы вместимостью 80 м^3 , находящейся под давлением $1 \text{ М}\Pi a$ при температуре 50 °C, если потери давления составили 0.5 атм.
- 4. В отопительный котел поступает объем воды равный 50 м^3 при давлении 2 атм. и температуре 70 °C. Какой объем воды будет выходить из котла при нагреве воды до температуры 90 °C.
- 5. В отопительной системе индивидуального здания содержится 0.4 м^3 воды. Рассчитать объем расширительного бака для этой системы.
- 6. Определить среднюю толщину солевых отложений в герметичном водоводе с температурой 5 °C внутренним диаметром 0.3 м и длиной 2 км. При выпуске воды в количестве $0.05~{\rm m}^3$ давление в водопроводе падает с давления $10~{\rm M\Pi a}$ до давления $9~{\rm M\Pi a}$.
- 7. При испытании резервуара гидравлическим способом он был заполнен водой при давлении $50 \cdot 10^5$ Па. В результате утечки части воды

через неплотности давление в резервуаре понизилось до $11.5 \cdot 10^5$ Па. Пренебрегая деформацией стенок резервуара, определить объем воды, вытекшей за время испытания. Объем резервуара 20 м^3 .

- 8. Водовод противопожарного водовода диаметром 300 мм, длиной 50 м, подготовленный к гидравлическому испытанию, заполнен водой при атмосферном давлении. Какое количество воды необходимо дополнительно подать в водовод, чтобы избыточное давление в нем поднялось до 2.5 МПа? Деформацией водопровода пренебречь.
- 9. В цилиндрическом резервуаре находятся вода и минеральное масло, высота слоя каждой жидкости h=400 мм. Пренебрегая деформацией резервуара, определить ход поршня, если давление в жидкости возросло на $\Delta p=5$ МПа. Коэффициенты объемного сжатия: воды $\beta_{\rm pB}=5\cdot 10^{-10}$ Па⁻¹, масла $\beta_{\rm pm}=7.7\cdot 10^{-10}$ Па⁻¹.

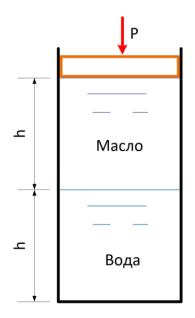


Рисунок 7 – Схема резервуара.

10. Определить плотность жидкости, полученной смешиванием 10 л жидкости плотностью $\rho_1=900~{\rm kr/m^3}$ и 20 л жидкости плотностью $\rho_2=870~{\rm kr/m^3}$.

Практическое занятие №2 Гидростатика

Краткие теоретические сведения:

Жидкости и газы всегда подвержены действию некоторых сил. Вследствие текучести этих сред силы являются распределенными, то есть действующим во всех точках поверхности или объема.

В зависимости от области приложения силы делятся на внешние и внутренние. Внешние силы приложены к выделенному объему со стороны внешней среды, внутренние — возникают в пределах рассматриваемого

объема. По характеру воздействия силы классифицируются на поверхностные и объемные.

К поверхностным силам относятся силы внутреннего трения и силы давления. Они действуют лишь на поверхность выделенного объема и обусловлены действием соседних частиц жидкости или твердых тел, соприкасающихся с рассматриваемым объемом. По третьему закону Ньютона выделенный объем жидкости действует на соприкасающиеся с ним тела с такой же силой. К объемным силам относятся силы тяжести, инерции и электромагнитные. Они пропорциональны массе выделенного элемента объема и действуют на все частицы жидкости в этом объеме.

В механике жидкости и газа рассматривают единичные силы, то есть силы, отнесенные к единице площади поверхности или массы, и называют напряжением поверхностных сил и плотностью объемных сил соответственно.

Вектор напряжения поверхностных сил в точке поверхности с внешней нормалью n определяется, как:

$$p_n = \lim_{\Delta S \to 0} \frac{\Delta P}{\Delta S}$$

где ΔS — элемент площади в рассматриваемой точке поверхности; ΔP — внешняя поверхностная сила, приложенная к данной площадке.

Закон Паскаля: внешнее давление p_0 передается всем точкам покоящейся жидкости и по всем направлениям одинаково. Запишем:

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h.$$

Выражение выше является основной формулой гидростатики. Здесь абсолютное давление p называется гидростатическим, величина $\rho \cdot g \cdot h$ называется весовым давлением, p_0 – внешнее давление.

Силовое воздействие жидкости на твердую поверхность площадью S, погруженную в жидкость, равно сумме воздействий элементарных сил dF, действующих на каждый элемент dS площади ее поверхности. То есть

$$dF = p \cdot ndS$$
,

где n — единичный вектор нормали к элементу поверхности dS, внешний к объему жидкости; p — давление на площадке dS.

Суммируя элементарные силы, получаем главный вектор сил

$$F = \int_{S} p \cdot ndS$$
,

называемый силой давления жидкости на поверхность S. Точка приложения главного вектора называется центром давления.

Главный момент сил, действующий со стороны жидкости на ту же площадку, найдется как

$$M = \int_{S} p \cdot n \cdot r dS$$
,

где r – радиус-вектор площадки dS.

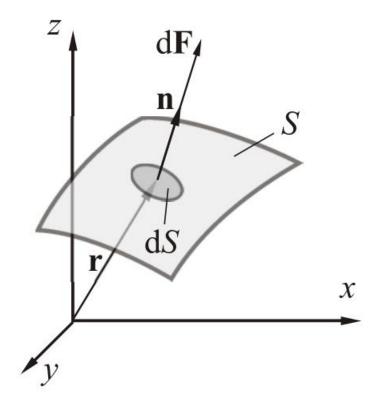


Рисунок 8 – К определению главного вектора и момента сил, действующих на твердую поверхность со стороны жидкости.

Для того чтобы определить полное силовое воздействие жидкости на площадку S произвольной формы необходимо найти проекции сил давления F_x , F_y , F_z на координатные оси x, y, z. Если в зависимости от конфигурации стенки эти три силы пересекутся в одной точке на данной поверхности, то воздействие жидкости сводится к одной силе давления F. Если же проекции сил не пересекаются, то силовое воздействие сводится к силе F и моменту M.

В общем случае сила давления F складывается из силы внешнего давления P_0 и силы весового давления P:

$$F = P_0 + P.$$

Однако задачу определения F можно свести к задаче определения только силы весового давления, заменив внешнее давление давлением эквивалентного столба жидкости.

Рассмотрим криволинейную твердую поверхность S, ограждающую жидкость от внешней среды.

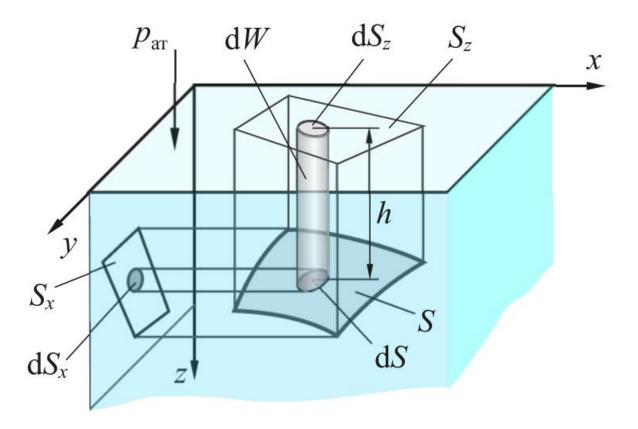


Рисунок 9 — K определению силы давления жидкости на твердую поверхность.

Пусть внешнее давление равно атмосферному. Тогда сила давления жидкости на твердую поверхность будет равна силе весового давления P, так как силы от действия атмосферного давления, приложенные в внутренней и наружной стороне рассматриваемой поверхности, взаимно уничтожаются. Найдем проекции сил весового давления $P_{\rm x}$, $P_{\rm y}$, $P_{\rm z}$ на рассматриваемую поверхность. Горизонтальная проекция силы найдется по формуле

$$P = \int_{S} dP_{x}$$
.

Так как каждая элементарная сила давления dP в покоящейся жидкости направлена по нормали n к элементу поверхности dS, то

$$dP_x = n_x \cdot \rho \cdot g \cdot h \cdot dS = \rho \cdot g \cdot h \cdot dS_x,$$

где n_x — проекция внешней нормали n к элементу поверхности dS на ось x; h — высота столба жидкости над рассматриваемым элементом поверхности; dS_x — проекция элемента поверхности dS на плоскость zy (перпендикулярную оси x).

Учитывая, что в принятой системе координат h = z, получим

$$P_{x} = \rho \cdot g \cdot \int_{S_{x}} z \cdot dS_{x}.$$

Интеграл $\int_{S_x} z \cdot dS_x$ приставляет собой статический момент площади проекции S_x относительно оси y, следовательно

$$P_{x} = \rho \cdot g \cdot z_{\text{II.M}}^{x} \cdot S_{x},$$

где S_x — проекция площадки S на плоскость, перпендикулярную оси x; $z_{\text{ц.м}}^x$ — глубина расположения центра масс этой проекции.

Проекция силы весового давления на ось у найдется аналогично

$$P_{y} = \rho \cdot g \cdot z_{\text{\tiny II},M}^{y} \cdot S_{y}.$$

Проекция силы весового давления на ось z равна

$$P_z = \rho \cdot g \cdot \int_{S_z} z \cdot dS_z.$$

Интеграл $V = \int_{S_Z} z \cdot dS_Z$ приставляет собой объем криволинейного вертикального цилиндра, ограниченного снизу поверхностью S, сверху — проекцией этой поверхности на свободную поверхность жидкости. Этот цилиндр называется телом давления, а произведение $G = \rho \cdot g \cdot V$ есть вес тела давления.

Таким образом, для расчета силы весового давления покоящейся жидкости на криволинейную твердую поверхность необходимо руководствоваться следующими правилами.

- 1. Горизонтальные проекции силы весового давления жидкости на криволинейную твердую поверхность равны произведению площади соответствующей проекции этой криволинейной поверхности на давление в центре масс данной площади проекции.
- 2. Вертикальная проекция силы весового давления численно равна весу тела давления.
- 3. Горизонтальные составляющие силы проходят через центры давления соответствующих проекций, а вертикальная через центр масс тела давления.
- 4. Вертикальная составляющая направлена вниз, если жидкость расположена над твердой поверхностью. В противном случае она направлена вверх.

Рассмотрим два частных случая действия силы давления: равномерной и неравномерной.

Сила равномерного давления на горизонтальную плоскую поверхность. Данный случай (p = const, n = const) реализуется при покоящейся жидкости или при движении емкости с жидкостью вверх или вниз. В этом случае имеем

$$F = p \cdot n \cdot S,$$

где F — вектор силы давления p; n — вектор внешней нормали к рассматриваемой поверхности.

Линия действия силы проходит через центр масс площади S. Заметим, что сила давления на дно сосуда не зависит от формы его боковых стенок. Действительно,

$$p = p_0 + \rho \cdot g \cdot h_0,$$

$$F = (p_0 + \rho \cdot g \cdot h_0) \cdot S_0,$$

то есть сила давления равна произведению площади дна S_0 на гидростатическое давление в любой из точек дна.

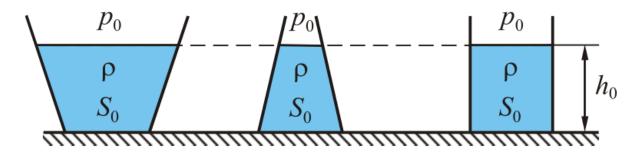


Рисунок 10 – Влияние формы сосуда на силу давления

Задание:

- 1. Определить действующее давление в кольце системы отопления, если в котле вода нагревается до температуры 95 °C, а в нагревательном приборе охлаждается до температуры 70 °C. Расстояние между центрами котла и нагревательного прибора по высоте 12 м.
- 2. Определить действующее давление в кольце системы отопления, если в котле вода нагревается до температуры 60 °C, а в нагревательном приборе охлаждается до температуры 40 °C. Расстояние между центрами котла и нагревательного прибора по высоте 3 м. Учесть сопротивление трубопроводов. Длина трубопровода 8 м, падение давления 150 Па/м.
- 3. Определить тягу в топке котла, если высота котла и дымовой трубы 15 м. Дымовые газы имеют температуру 250 °C и плотность 0.58 кг/м³. Температура наружного воздуха 15 °C и плотность 1.23 кг/м³.
- 4. Определить давление в резервуаре p_0 и высоту подъема уровня воды h_1 в трубке 1, если показания ртутного манометра $h_2 = 0.15$ м и $h_3 = 0.8$ м. Плотность ртути равна 13600 кг/м³. Температура системы 20 °C.

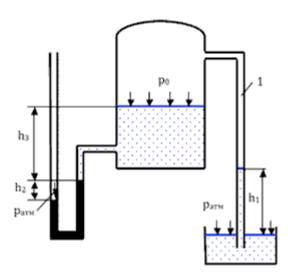


Рисунок 11 – Схема резервуара.

5. Определить избыточное давление в сосуде по показанию жидкостного манометра, если в левом открытом колене над ртутью налито масло, а в правом – вода. $h_1=1.6\,$ м, $h_2=0.4\,$ м, $h_3=0.14\,$ м. Плотность масла $\rho_{\rm M}=890\,$ кг/м³, ртути $\rho_{\rm pt}=13550\,$ кг/м³. Температура системы $20\,$ °C.

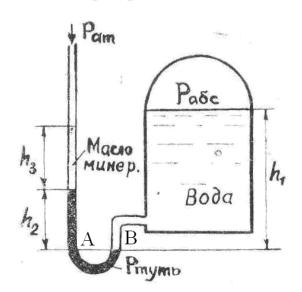


Рисунок 12 – Схема резервуара.

6. В цилиндрический бак диаметром D=2 м до уровня H=1.5 м налита вода и бензин. Уровень воды в пьезометре ниже уровня бензина на h=300 мм. Определить вес находящегося в баке бензина, если $\rho_6=700$ кг/м³.

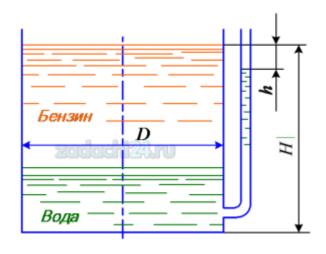


Рисунок 13 – Схема бака.

7. Найти абсолютное давление воздуха в сосуде B, если избыточное давление на поверхности воды в сосуде A равно p=25 кПа, а уровни жидкостей в трубках равны h=0.7 м, $h_1=0.2$ м и $h_2=0.3$ м. Плотности жидкостей: вода -1000 кг/м³; спирт -800 кг/м³; ртуть -13600 кг/м³. Результат выразить в Па и в кгс/см².

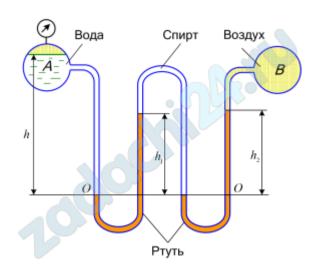


Рисунок 14 – Схема.

8. Определить показание мановаккууметра $p_{\rm MB}$, если к штоку поршня приложена сила F=0.1 кH, его диаметр d=100 мм, высота H=1.5 м, плотность жидкости $\rho=800$ кг/м³.

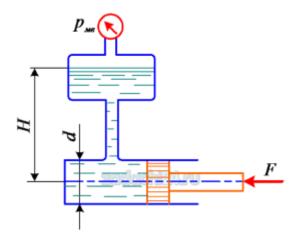


Рисунок 15 – Схема гидравлического пресса.

9. Определить силу прессования F, развиваемую гидравлическим прессом, у которого диаметр большего плунжера D=500 мм, диаметр меньшего плунжера d=120 мм. Больший плунжер расположен выше меньшего на величину H=2 м, рабочая жидкость вода, усилие приложено к рукоятке R=50 H. Размеры рукоятки a=700 мм и b=70 мм.

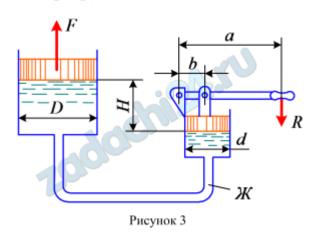


Рисунок 16 – Схема гидравлического пресса.

10. Объем айсберга, возвышающейся над поверхностью моря, равен 12.5 $\rm m^3$. Определить общий объем айсберга, если он занимает площадь равную 6 $\rm m^2$. Плотность льда принять 920 $\rm kr/m^3$.

Практическое занятие №3 Силы давления жидкости на стенки

Краткие теоретические сведения:

Сила неравномерного давления на плоскую стенку. В этом случае ($p \neq const$; n = const). В этом случае система элементарных сил. dF, одинаковых по направлению, но различных по величине, сводятся к одной силе давления

$$F = n \cdot \int_{S} \mathbf{p} \cdot \mathrm{d}S,$$

Рассмотрим плоскую стенку AB сосуда, наклоненную под углом α к горизонту, на которой выделим площадку S произвольной формы, и найдем действующую на данную площадку силу давления F. Для большей наглядности изложения боковая стенка сосуда на рисунке развернута вместе с осью х вокруг оси у на 90° до совпадения с плоскостью чертежа.

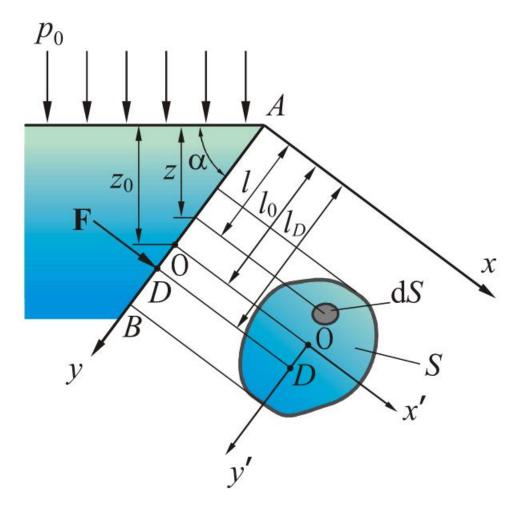


Рисунок 17 – К определению силы давления жидкости на наклонную прямолинейную стенку.

На элемент поверхности dS действует давление $p=p_0+\rho\cdot g\cdot z$. Тогда

$$F = n \cdot \int_{S} (p_0 + \rho \cdot g \cdot z) dS = n \cdot (p_0 \cdot S + \rho \cdot g \cdot \sin \alpha \int_{S} ldS),$$

Последний интеграл представляет собой статический момент площадки S относительно оси x. Тогда справедливо равенство

$$\int_{S} ldS = l_0 \cdot S,$$

где l_0 – координата центра масс площадки S, отсчитываемая вдоль оси y. Тогда

$$F = n \cdot (p_0 \cdot S + \rho \cdot g \cdot l_0 \cdot S \cdot \sin \alpha) = n \cdot S \cdot (p_0 + \rho \cdot g \cdot z_0).$$

То есть полная сила давления на плоскую наклонную стенку по величине равна произведению площади стенки на гидростатическое давление в ее центре масс.

Закон Архимеда. Пусть тело ABDE полностью погружено в жидкость и находится в состоянии покоя.

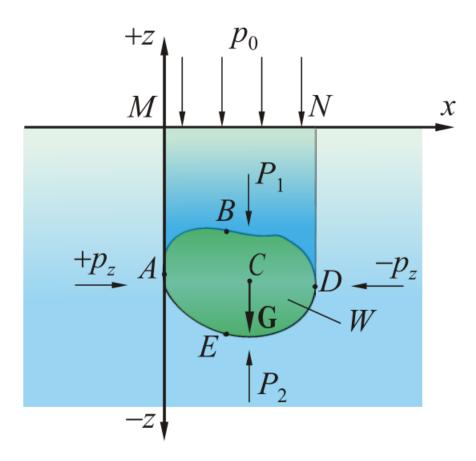


Рисунок 18 – К определению силы Архимеда

На тело действует сила тяжести G, приложенная в точке C. Определим суммарную силу, действующую на тело со стороны жидкости, называемой силой Архимеда.

Результирующая горизонтальная сила, действующая на тело, равна нулю, так как проекции сил давления на любую из горизонтальных осей равны по величине и противоположны по знаку. Поэтому воздействие жидкости сводится к одной результирующей вертикальной силе, которую определим следующим образом.

По закону Паскаля внешнее давление передается всем точкам жидкости без изменения. Следовательно, результирующая сила, действующая на погруженное в жидкость тело и обусловленная действием внешнего давления, будет равна нулю. Таким образом, сила Архимеда обусловлена действием только весового давления. На нижнюю часть AED погруженного в воду тела будет действовать сила весового давления P_2 , равная весу тела давления AEDNM, направленная снизу-вверх, $P_2 = \rho \cdot g \cdot V_{AEDNM}$. На верхнюю же часть

ABD тела действует сила весового давления P_1 , равная весу тела давления ABDNM и направленная сверху-вниз $P_1 = \rho \cdot g \cdot V_{ABDNM}$. Результирующая сила будет равна разности весов тел давления:

$$P_A = P_1 - P_2 = \rho \cdot g \cdot (V_{ABDNM} - V_{AEDNM}) = \rho \cdot g \cdot V,$$

и, следовательно, она равна весу жидкости в объеме тела V. Уравнение выше выражает закон Архимеда: на погруженное в жидкость тело действует выталкивающая (подъемная) сила, направленная снизу-вверх и равная весу жидкости в объеме тела (или его погруженной части).

Объем вытесненной телом жидкости называется объемным водоизмещением, а ее вес — водоизмещением. Центр водоизмещения — это центр тяжести вытесненного объема жидкости. Подъемная сила приложена к смоченной поверхности тела в точке, где эта поверхность пересекается вертикалью, проходящей через центр водоизмещения.

На законе Архимеда основана теория плаванья тел. Погруженное в жидкость однородное тело с плотностью $\rho_{\rm T}$ находится под действием двух сил: силы тяжести тела в пустоте и подъемной силы Архимеда. Возможны следующие варианты поведения тела в несжимаемой жидкости: тело тонет $(\rho_{\rm T}>\rho_{\rm ж})$, тело будет плавать внутри жидкости, сохраняя безразличное равновесие на любой глубине $(\rho_{\rm T}=\rho_{\rm ж})$ и тело всплывает и частично выйдет выше поверхности жидкости на столько, чтобы новая подъемная сила уравновесилась силой веса тела $(\rho_{\rm T}<\rho_{\rm ж})$.

Задание:

- 1. Определить величину и точку приложения силы гидростатического давления воды на вертикальный щит шириной b=2 м, если глубина воды перед щитом H=2.7 м.
- 2. Определить силу давления на вертикальную стенку ABCD сосуда, полностью заполненного водой, если L=32 м; l=26 м; h=18 м; $\rho=1000$ кг/м³.

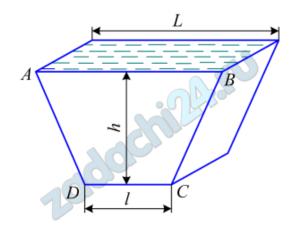


Рисунок 19 – Схема резервуара.

3. Донное отверстие плотины перекрыто плоским прямоугольным щитком $h \times b$, верхняя кромка которого шарнирно прикреплена к плотине. Какое усилие необходимо приложить к канату, чтобы открыть щит при следующих данных: уровень воды перед плотиной $H_1 = 4$ м, уровень воды после плотины $H_2 = 2$ м, высота щита h = 1.5 м, ширина b = 5 м, угол между направлением каната и горизонтом $\alpha = 45^\circ$.

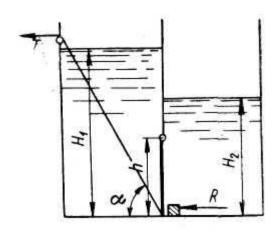


Рисунок 20 – Схема резервуара.

4. Щит, перекрывающий канал, расположен под углом 45 ° к горизонту и закреплен шарнирно к опоре над водой. Определить усилие, которое необходимо приложить к тросу для открывания щита, если ширина щита b=2 м, глубина воды перед щитом $H_1=2.5$ м, а после щита $H_2=1.5$ м. Шарнир расположен над высоким уровнем воды на расстоянии $H_3=1$ м. Весом щита и трением в шарнире можно пренебречь.

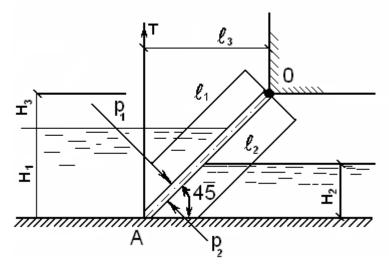


Рисунок 21 – Схема резервуара.

5. В вертикальной стенке закрытого резервуара, заполненного водой, имеется прямоугольное отверстие $a \times b$, где a = 1.8 м и b = 2.2 м. Определить силу давления и точку ее приложения при показании ртутного U-образного

манометра h=50 мм и глубине $h_1=3.2$ м. Плотность ртути $\rho_{\rm pt}=13550$ кг/м³. Температура системы 20 °C.

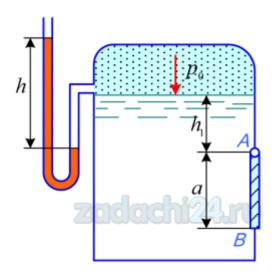


Рисунок 22 – Схема резервуара.

6. Определить равнодействующую силу давления воды, действующую на переднюю грань устоя ABCD, и положение центра давления. Высота отдельных частей грани соответственно составляет $h_1=1.2$ м, $h_2=1.3$ м, $h_3=2.0$ м, угол наклона части BC к горизонту $\alpha=60^{\circ}$, ширина устоя – b=1.5 м.

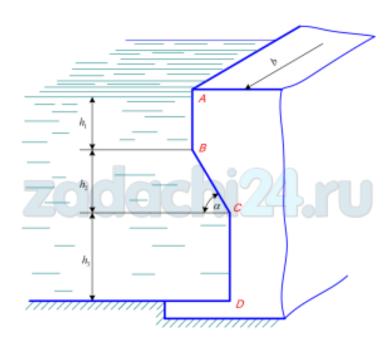


Рисунок 23 – Схема устоя.

7. Сварной цилиндрический резервуар с двумя полусферическими днищами полностью заполнен водой. С помощью насоса в нем создано избыточное давление в верхней точке $p_{\rm из6}=0.1~\rm M\Pi a.$ Найти горизонтальную силу, отрывающую днище от цилиндрической части резервуара, а также

горизонтальную силу, отрывающую левую половину резервуара от правой (сеч. A-A). Радиус днищ R=0.5 м, а длина резервуара L=4 м.

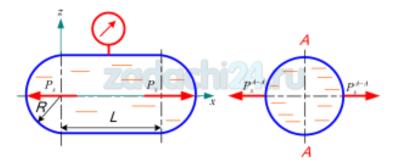


Рисунок 24 – Схема резервуара.

8. Определить силу гидростатического давления воды на цилиндрическую поверхность ABCD, если $h_1=2$ м; $h_2=3$ м; H=8 м; b=2 м.

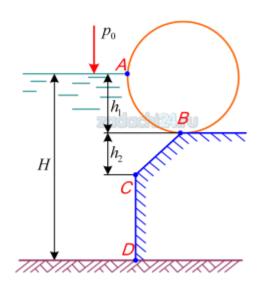


Рисунок 25 – Схема резервуара.

9. Определить силу гидростатического давления воды для равнодействующей давления воды на криволинейную стенку AB длиной L=10 м. Действующий напор H=4 м. Криволинейная стенка представляет часть цилиндрической поверхности с секторным углом $\varphi=60^\circ$.

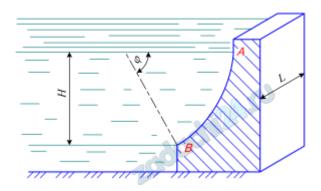


Рисунок 26 – Схема резервуара.

10. В море построен трубопровод диаметром 800 мм, уложенный по дну на глубине 30 м. Определить проекции давлений, действующих на трубопровод.

Практическое занятие №4 Основные законы движения жидкости

Краткие теоретические сведения:

Если все параметры движущегося потока зависят только от одной, в общем случае криволинейной координаты, то такой поток называют одномерным. Простейшим примером одномерного потока является течение в элементарной трубке тока, благодаря малой площади поперечного сечения которой скорости течения и другие параметры среды распределены однородно в пределах каждого сечения.

Хотя реальные потоки конченых размеров, строго говоря, не могут считаться одномерными, но некоторые из них могут быть сведены к одномерной модели. Так, например, при течении вязкой жидкости в трубе или в канале между двумя параллельными стенками имеет место неоднородное распределение скорости поперек потока, но эта неоднородность зачастую бывает несущественна во многих технических задачах, где достаточно знать среднюю по сечению потока (среднерасходную) скорость:

$$w = \frac{Q}{S} = \frac{1}{S} \cdot \int_{S} udS,$$

где S — площадь живого сечения потока; Q — объемный расход среды через данное сечение; u — местная скорость движения.

Тогда, заменив истинные, неоднородно распределенные по сечению скорости их средним значением *w*, и приняв давление постоянным по живому сечению, прейдем к одномерной модели потока.

В общем случае течение в канале трехмерное. Однако, если кривизна линий тока в реализующемся течении мала, а также мал угол, образующийся между соседними линиями тока, то такой поток можно приближенно считать

одномерным. Потоки, удовлетворяющие этим условиям, называют плавноизменяющимися. Рассмотрим свойства таких течений.

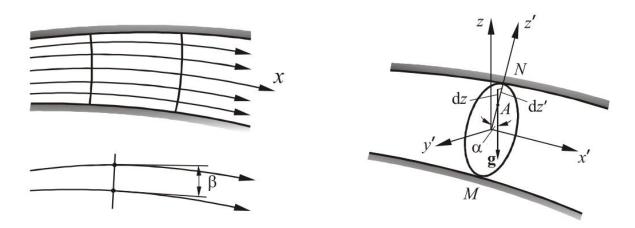


Рисунок 27 – Одномерное приближение плавно изменяющегося течения

Рассмотрим установившееся движение ограниченного стенками канала плавно изменяющегося потока несжимаемой жидкости. Уравнение Бернулли для такого течения имеет вид:

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{\alpha_1 \cdot \rho \cdot w_1^2}{2} = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{\alpha_2 \cdot \rho \cdot w_2^2}{2} + \Delta p,$$

где индексами 1 и 2 отмечены значения параметров среды, относящиеся к сечениям F_1 и F_2 .

Каждый из членов уравнения имеет размерность давления и представляет собой тот или иной вид удельной (отнесенный к единице объема) энергии потока: $\rho \cdot g \cdot z$ — потенциальной энергии объемных сил (тяжести); р — потенциальной энергии упругого состояния (поверхностных сил давления); $\frac{\alpha \cdot \rho \cdot w^2}{2}$ — кинетической энергии; Δp — безвозвратные потери механической энергии, преобразующиеся в теплоту. В целом уравнение описывает закон сохранения механической энергии между сечениями 1 и 2 одномерного плавно изменяющегося потока жидкости.

Давление p называется статическим давлением потока, которое, будучи выраженным в избыточных единицах, равно пьезометрическому давлению. Сумма $p+\frac{\alpha\cdot\rho\cdot w^2}{2}=p_0$ называется полным давлением. Полное давление равно давлению потока, заторможенному в рассматриваемой точке пространства без потерь механической энергии. С учетом введенного понятия полного давления, Δp можно рассматривать, как потери полного давления между рассматриваемыми сечениями потока. Составляющая полного давления, соответствующая кинетической энергии потока, называется динамическим давлением $p_{\rm д}=\frac{\alpha\cdot\rho\cdot w^2}{2}$.

Проанализировав уравнение Бернулли для горизонтальной трубки тока можно сделать выводы, что при течении жидкости по горизонтальной трубе, владеющей различными сечениями, в узких местах давление на стенки трубы меньше, но скорость жидкости больше, статическое давление больше в широких местах, то есть там, где скорость меньше.

В технических приложениях широко применяется форма уравнения Бернулли, все члены которого имеют размерность длины. Она получается из предыдущего уравнения путем деления правой и левой части на $\rho \cdot g$:

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_1 \cdot w_1^2}{2 \cdot g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho \cdot g} + \frac{\alpha_2 \cdot w_2^2}{2 \cdot g} + \Delta h.$$

Как видим все члены уравнения выше имеют размерность длины, геометрическую интерпретацию. которым онжом следующую дать из резервуара через трубопровод Рассмотрим истечение жидкости переменного сечения. Выделим в трубопроводе три сечения 1–1, 2–2 и 3–3, в установим трубки Прандтля (для которых пьезометрического напора) и Пито (для измерения полного напора, то есть суммы пьезометрического и скоростного). Тогда разность показаний трубок Пито и Прандтля есть величина скоростного напора $\frac{\alpha \cdot w^2}{2 \cdot a}$. Рассмотрим показания трубок в каждом сечении.

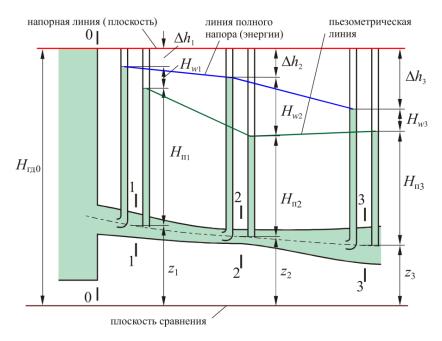


Рисунок 28 – Геометрическая интерпретация уравнения Бернулли

Сечение 1-1. Мениск в трубке Пито не достигает уровня воды в резервуаре, так как часть напора Δh_1 будет затрачена на преодоление сил сопротивления при входе в трубопровод.

Сечение 2–2. Площадь живого сечения F_2 меньше F_1 , поэтому, в соответствии с уравнением неразрывности, $w_2 > w_1$. Разность показаний трубок Пито в первом и во втором сечениях – есть величина потерь напора на преодоление внешних сил сопротивления между этими сечениями $\Delta h_{1-2} = \Delta h_2 - \Delta h_1$.

Сечение 3–3. Площадь живого сечения F_2 меньше F_3 , поэтому $w_2 > w_3$ и $\frac{\alpha_2 \cdot w_2^2}{2 \cdot g} > \frac{\alpha_3 \cdot w_3^2}{2 \cdot g}$, то есть скоростной напор H_w при движении от второго сечения к третьему падает. За счет этого пьезометрический напор H_π возрастает. Полный же напор (показания трубок Пито) падает так как между сечениями 2–2 и 3–3 имеются потери механической энергии $\Delta h_{2-3} = \Delta h_3 - \Delta h_2$.

Геометрическая трактовка уравнения Бернулли заключается в том, что пьезометрический напор H_{Π} есть высота, на которую может подняться свободная поверхность движущейся жидкости относительно рассматриваемого сечения трубопровода. Сумма пьезометрического и динамического напоров $H_{\Pi} + H_{W}$ есть высота, на которую может подняться свободная поверхность полностью заторможенной жидкости относительно рассматриваемого сечения трубопровода, то есть характеризует максимально возможную высоту подъема. Линия полного напора всегда опускается, так как часть механической энергии потока превращается в тепловую, то есть те ряется. При этом сумма всех четырех высот $z,\ H_{\scriptscriptstyle \Pi},\ {\rm H}_w$ и Δh остается постоянной, так как отражает запас полной энергии потока в начальном сечении.

Наблюдения показывают, что в жидкости возможны две формы движения: ламинарное движение и турбулентное.

Ламинарным называется слоистое течение без перемешивания частиц жидкости и без пульсаций скоростей и давлений. При таком течении все линии тока вполне определяются формой русла, по которому течет жидкость, поперечные перемещения жидкости отсутствуют.

Турбулентным называется течение, сопровождающееся интенсивным перемешиванием жидкости и пульсациями скоростей и давлений. Движение отдельных частиц оказывается подобным хаотическому движению молекул газа. При турбулентном течении векторы скоростей имеют не только осевые, но и нормальные к оси русла составляющие, поэтому наряду с основным продольным перемещением жидкости вдоль русла происходят поперечные перемещения и вращательное движение отдельных объемов жидкости. Этим и объясняются пульсации скоростей и давлений.

Условия перехода от ламинарного течения капельной жидкости к турбулентному в круглых трубках впервые изучил О. Рейнольдс. Он

установил, что режим зависит от трех параметров: средней скорости w, диаметра d и кинематической вязкости v:

$$Re = \frac{w \cdot d}{v}$$
 – число Рейнольдса.

Рейнольдс пришел к выводу, что существует некоторое критическое значение соотношения этих параметров, являющееся границей между ламинарными и турбулентными режимами течения. Если число Рейнольдса потока будет больше критического $Re_{\rm kp}$, то возможно нарушение ламинарного характера течения и возникновение турбулентности. Для круглых труб принимают $Re_{\rm kp}=2300$.

При этом необходимо отметить, что критическое число Рейнольдса, при превышении которого возникает турбулентность, существенно зависит от внешних возмущений, вносимых в поток. Так, например, если вход в трубу сделать плавным, устранить другие источники внешних возмущений, то ламинарный режим сохраняется до Re=20000 и даже более. Поэтому $Re_{\rm kp}$ следует понимать как границу устойчивого ламинарного режима в том смысле, что при $Re_d < Re_{\rm kp}$ любые возмущения, вносимые в поток, будут с течением времени затухать и поток сохранит ламинарный характер.

Переход к турбулентному режиму сопровождается изменением закона сопротивления, а также формы профиля скорости в поперечном сечении трубы. Сам переход не происходит мгновенно. При числах Рейнольдса немного меньших критического в ламинарном потоке периодически возникают очаги турбулентности, которые могут на отдельных участках заполнять все сечение потока, образуя турбулентные пробки.

Если трубе не круглая, то при определении числа Рейнольдса используется гидравлический (эквивалентный) диаметр:

$$d_{\mathfrak{I}}=\frac{4\cdot F}{P_{\scriptscriptstyle \mathrm{CM}}},$$

равный отношению учетверенной площади живого сечения F к смоченному периметру потока $P_{\scriptscriptstyle{\text{CM}}}$.

Задание:

- 1. Определить число Рейнольдса для воздушного канала размерами 300x470 мм, если кинематическая вязкость воздуха составляет $14.16 \cdot 10^{-6}$ м²/с, а расход воздуха равен 40 м³/ч.
- 2. Вода движется в лотке со скоростью $0.1\,\mathrm{m/c}$. Глубина наполнения лотка $h=30\,\mathrm{cm}$, ширина по верху $B=50\,\mathrm{cm}$, ширина по низу $b=20\,\mathrm{cm}$. Определить режим движения жидкости, если температура воды составляет $10\,\mathrm{cm}$.

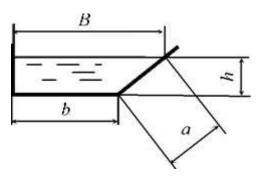


Рисунок 29 – Схема лотка.

3. Вода движется в треугольном лотке с расходом $Q=0.5\,$ л/с. Ширина потока $b=0.8\,$ м, глубина наполнения $h=0.3\,$ м. Определить, при какой температуре будет происходить смена режимов движения жидкости.

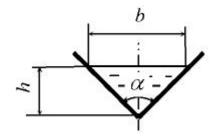


Рисунок 30 – Схема лотка.

4. Вода движется в безнапорном трубопроводе с температурой $t=30\,$ °C. Трубопровод заполнен на 70% сечения. Диаметр трубопровода $d=50\,$ мм. Определить, при какой скорости будет происходить смена режимов движения жидкости.



Рисунок 31 – Трубопровод.

5. Определить скорость движения воды в трубе, если разница уровней составляет 5 см.

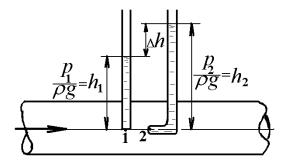


Рисунок 32 – Трубка Пито.

6. На рисунке представлен водомер Вентури (участок трубы с плавным сужением потока), предназначенный для измерения расхода протекающей по трубопроводу жидкости. Определить расход воды, если разность уровней в трубках дифференциального манометра $h=20\,$ см, диаметр трубы $d_1=250\,$ мм, диаметр горловины (сужения) $d_2=125\,$ мм. Потерями напора в водомере пренебречь.

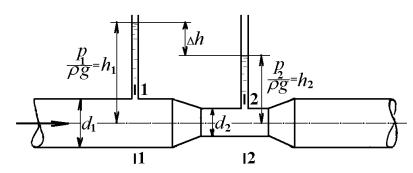


Рисунок 33 – Водомер Вентури.

- 7. На водопроводной трубе диаметром $d_1=0.1$ м установлен водомер Вентури диаметром $d_2=0.05$ м. На какую высоту h_2 поднимется вода в пьезометрической трубке, присоединенной к суженному сечению, при пропуске расхода Q=0.005 м³/с, если уровень воды в пьезометре, присоединенном к трубе, $h_1=0.8$ м. Потери напора не учитывать.
- 8. Определить теоретический расход воды, проходящий через водомер Вентури, установленный под углом $\alpha=30^\circ$ к горизонту, если разность уровней, показываемая дифференциальным ртутным манометром, равна h=6 мм.рт.ст. Плотность ртути равна 13600 кг/м³. Больший и меньший диаметры водомера соответственно равны $d_1=150$ мм и $d_2=70$ мм, расстояние между сечениями L=400 мм. Температура воды составляет 25 °C

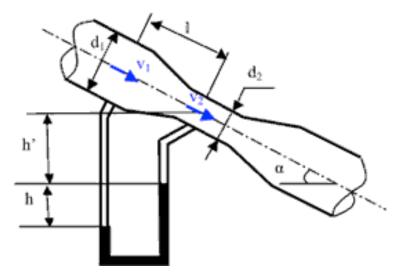


Рисунок 34 – Водомер Вентури.

9. Определить диаметр суженной части трубопровода d_2 , если вода в трубке поднимается на высоту h=3.5 м при расходе воды в трубопроводе Q=0.002 м³/с и диаметре $d_1=0.1$ м. Абсолютное давление в сечении трубопровода диаметром d_1 р $1=1.5\cdot 10^5$ Па. Потери напора не учитывать. Температура воды составляет 35 °C.

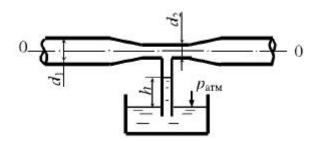


Рисунок 35 – Водомер Вентури.

10. По нагнетательному патрубку диаметром $d_1=200$ мм вентилятором подается воздух ($\rho=1.2~{\rm кг/m^3}$) с расходом $Q=0.8~{\rm m^3/c}$ при избыточном давлении ${\rm p_1}=1.0~{\rm к\Pi a}$. К патрубку подсоединен диффузор с диаметром выходного сечения $d_2=300~{\rm mm}$. Определить давление воздуха на выходе из диффузора. Изменение плотности воздуха и потери в диффузоре не учитывать.



Рисунок 36 – Диффузор.

Практическое занятие №5 Расчет трубопроводных систем. Линейные потери напора

Краткие теоретические сведения:

Потери полного давления при движении вязкой жидкости обусловлены деформациями движущейся среды (вследствие взаимодействия с ограничивающими поток стенками, находящимися в потоке элементами устройств и механизмов), возникновением в результате сдвиговых деформаций касательных вязкостных напряжений. Работа этих напряжении и приводит к диссипации механической энергии.

При рассмотрении потока, ограниченного внешними стенками, все внешние факторы, обуславливающие потери механической энергии движущейся жидкости, называют гидравлическими сопротивлениями.

Для того чтобы использовать уравнение Бернулли для решения прикладных задач необходимо предварительно установить зависимости, позволяющие определить величины потерь напора (полного давления), обусловленные гидравлическими сопротивлениями. Гидравлические потери по физической природе их проявления подразделяются на два типа:

- 1. Местные потери (потери на местных сопротивлениях), обусловленные изменением по величине и направлению скорости движения жидкости, которое сопровождаются образованием вихревых зон. Местные потери локализованы на участке канала потока небольшой протяженности, причиной их возникновения является наличие уступов, резких изгибов стенок канала, слияние нескольких потоков или разветвление потока на несколько каналов, наличие регулирующих или запорных элементов (гидравлической арматуры) в рассматриваемом участке канала и т. п.
- 2. Потери на трение распределенные по длине канала потери, возникающие как следствие затрат энергии на преодоление сил трения жидкости о стенки. Под этими потерями понимают потери, возникающие в протяженных каналах с приблизительно постоянной площадью живого сечения и установившимся профилем скорости в нем, то есть при равномерном движении жидкости.

В реальных потоках участки равномерного движения жидкости могут чередоваться с местными сопротивлениями, число частных видов которых чрезвычайно велико. При подсчете полных потерь применяется принцип сложения, согласно которому полные потери давления равны сумме потерь на отдельных участках равномерного движения и потерь на всех местных сопротивлениях

$$\Delta p = \sum_{i=0}^{n} \Delta p_{\text{TD}i} + \sum_{i=0}^{n} \Delta p_{\text{M}i},$$

где $\Delta p_{\mathrm{тр}i}$ — потери полного давления на трение на i-ом участке равномерного движения; $\Delta p_{\mathrm{m}j}$ — потери полного давления на j-ом местном сопротивлении.

Потери на трение. Рассмотрим равномерный поток жидкости в цилиндрической трубе, в которой отсутствуют местные сопротивления. В установившемся потоке движущая сила — сила перепада давления уравновешивается силой сопротивления за счет трения:

$$(p_1 - p_2) \cdot F = \tau \cdot F_6,$$

где au – напряжение трения; F_6 – площадь боковой поверхности трубы. Для круглой трубы $F=\pi\cdot d^2/4$, $F_6=\pi\cdot d\cdot l$ тогда:

$$p_1 - p_2 = \Delta p_{\mathrm{Tp}} = 4 \cdot \tau \cdot l/d.$$

Разделив и умножив правую часть на динамическое давление $\rho \cdot w^2/2$, получим:

$$\Delta p_{\mathrm{Tp}} = \lambda \frac{w^2}{2} \rho \frac{l}{d}$$

где λ — коэффициент гидравлического трения, определяемый по формуле:

$$\lambda = 8 \cdot \tau / \rho \cdot w^2.$$

Впервые формула была получена экспериментально в XIX веке и названа формулой Дарси-Вейсбаха.

Ламинарное (слоистое) течение. При установившемся ламинарном движении несжимаемой жидкости в круглых трубах напряжение трения и, следовательно, коэффициент гидравлического трения могут быть определены на основании решения уравнений Навье-Стокса:

$$w = \Delta p \cdot d^2/32 \cdot \mu \cdot l$$
 или $\Delta p = 32 \cdot \mu \cdot l \cdot w/d^2$

где d – диаметр канала; l – его длина.

Найдем коэффициент сопротивления λ течению жидкости в канале, представив перепад давлений в виде формулы Дарси-Вейсбаха, получаем следующую формулу, называемую формулой Пуазейля:

$$\lambda = 64 \cdot \mu/\rho \cdot w \cdot d = 64/Re_d.$$

Турбулентное течение. При расчете турбулентных течений в настоящее время используют экспериментальные данные, так как уравнения Рейнольдса незамкнуты и, следовательно, не могут быть решены без использования дополнительной информации. Рассмотрим турбулентный поток жидкости в круглой трубе.

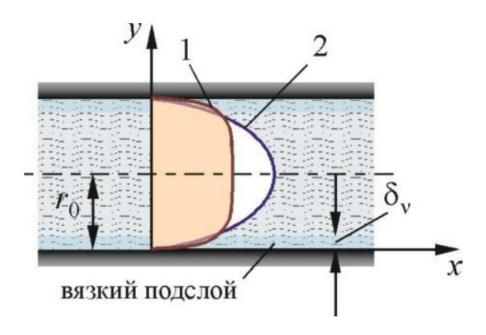


Рисунок 37 — Схема структуры турбулентного потока в трубе: 1 — профиль скорости при турбулентном потоке; 2 — при ламинарном потоке.

В турбулентном потоке полное напряжение трения τ слагается из вязкостного τ_{μ} (обусловленного действием молекулярной вязкости жидкости) и турбулентного $\tau_{\rm T}$. Вследствие действия молекулярной вязкости жидкость прилипает к стенкам канала, поэтому в потоке существует пристенный вязкий подслой толщиной δ_{ν} . В пределах вязкого подслоя $\tau_{\mu} \gg \tau_{\scriptscriptstyle {
m T}}$. В центральной части потока (в турбулентном ядре) $\tau_{\rm T} \gg \tau_{\rm H}$. Таким образом весь поток можно область турбулентного течения разбить на И вязкий подслой. действительности резкой границы между вязким подслоем и турбулентным ядром не существует, переход осуществляется через буферную область конечной толщины. Здесь двухслойная используется модель приближенное описание реальной структуры потока.

В вязком подслое характер течения близок к течению Куэтта, учитывая, что при линейном профиле скорости:

$$\tau_w = \mu \cdot u_\delta / \delta_\nu,$$

где τ_w – касательные напряжения на стенке, для нашего случая получим:

$$u = \tau_w \cdot y/\mu$$
.

Толщина вязкого подслоя может быть оценена по формулам:

$$\delta_{\nu} = 11.6 \cdot \nu \cdot \sqrt{\rho/\tau_w},$$

$$\delta_{\nu} = 68.4 \cdot d \cdot Re_d^{-0.875},$$

где Re_d — число Рейнольдса, определенное по диаметру трубопровода.

В турбулентном ядре потока профиль скорости описывается логарифмической зависимостью:

$$u = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \left(A \cdot lg \left(\sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \frac{y}{v} \right) + B \right),$$

где A, B — экспериментальные константы. Согласно опытам И. Никурадзе A = 5.75, B = 5.5.

Формула выше справедлива, когда $\delta_{\nu} > k$. Здесь k – средняя высота выступов шероховатости стенки. В этом случае турбулентное ядро не будет испытывать непосредственного влияния шероховатости. Трубы, работающие в таком режиме, называются гидравлически гладкими.

При $\delta_{\nu} < k$ на закон распределения скорости влияет шероховатость стенок. В этом случае для расчета профиля скорости может использоваться следующая формула И. Никурадзе:

$$u = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}} \cdot \left(5.751 \cdot lg \left(\text{Re} \cdot \frac{y}{k} \right) + 8.48 \right).$$

Экспериментальные исследования показали, что вблизи оси трубы распределение скоростей несколько отличается от логарифмического, но это отличие несущественно. Логарифмический профиль скорости является универсальным, пригодным для диапазона чисел Рейнольдса $Re_d > 4000$.

Кроме логарифмического профиля в практике расчетов турбулентных течений широко используется степенная аппроксимация опытных данных по распределению скоростей:

$$\frac{u}{u_{max}} = \left(\frac{y}{r_0}\right)^{\frac{1}{n}},$$

где u_{max} – значение скорости на оси трубы.

Показатель степени n является функцией числа Рейнольдса. При $Re=4000..32.4\cdot 10^5$ можно принять n=6..10. Для гидравлически гладкого режима течения n=7.

Зная распределение скорости по сечению трубопровода, можно определить отношение скорости на оси трубы u_{max} среднерасходному значению w. Например, для степенного профиля при n=7 $\frac{u_{max}}{w}=1.22$. Из этой оценки следует, что при турбулентном режиме течения скорость потока распределена по поперечному сечению более равномерно, чем при ламинарном течении ($u_{max}/w=2$), что связано с влиянием турбулентного перемешивания.

Приведенные выше формулы распределения скорости соответствуют стабилизированному, то есть полностью развитому течению. Формирование стабилизированного турбулентного потока, как и в рассмотренном выше

случае ламинарного течения, происходит постепенно. Длина начального участка составляет 25..40 диаметров (или, как говорят, калибров) трубы.

Для инженерных расчетов отношение средней скорости к максимальной определяется формулой:

$$\frac{u_{max}}{w} = 1 + 1.35 \cdot \sqrt{\lambda}.$$

Входящий в уравнение Бернулли коэффициент Кориолиса определяется из формулы:

$$\alpha = 1 + 2.65 \cdot \lambda$$
.

Опытные данные о коэффициенте гидравлического трения. Если при эксперименте измерить перепад давления и среднюю скорость в трубопроводе, то коэффициент гидравлического трения λ может быть найден по формуле Дарси-Вейсбаха. Впервые такие опыты выполнил и обобщил для гидравлически гладких и шероховатых труб Иван Ильич Никурадзе в Гетингенском университете 1933 г. под руководством Л. Прандтля. Опыты проводились для труб с искусственно созданной равномерно-зернистой шероховатостью, то есть бугорки шероховатости имели приблизительно одинаковые размеры и форму. Результаты опытов И. Никурадзе представлены на диаграмме ниже.

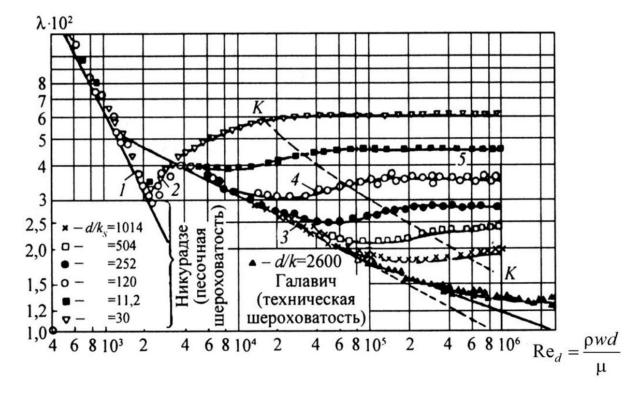


Рисунок 38 — Диаграмма И. Никурадзе зависимости коэффициента трения для труб с равномерно-зернистой шероховатостью

В качестве геометрического параметра подобия при обработке результатов экспериментов принято отношение k_s/d , где индексом «s» отмечена равномерно-зернистая шероховатость, гидродинамического — число Рейнольдса. На диаграмме имеется пять зон.

– зона ламинарного режима (Re < 2300). В пределах этой зоны λ не зависит от шероховатости (кривая 1) и подчиняется формуле Пуазейля:

$$\lambda = \frac{64}{Re_d}.$$

— переходная зона от ламинарного к турбулентному режиму течения соответствует числам Рейнольдса $2300 < Re_d < 4000$ (кривая 2). В потоке наблюдается исчезающие очаги турбулентности. Коэффициент трения определяется по формуле Френкеля:

$$\lambda = \frac{2.7}{Re_d^{0.53}}.$$

— зона турбулентного движения в гидравлически гладких трубах (кривая 3) соответствует числам Рейнольдса $4000 < Re_d < 20 \cdot \frac{d}{k_s}$ и высоте бугорков шероховатости $\delta_v = 68.4 \cdot r_0 \cdot Re_d^{-0.875} > k_s$. Коэффициент трения может быть определен по формуле Блазиуса:

$$\lambda = \frac{0.316}{Re_d^{0.25}}.$$

— доквадратичная зона сопротивления ограничивается кривой 3 и пунктирной линией K — K (режим частично шероховатых труб) соответствует числам Рейнольдса $20 \cdot \frac{d}{k_s} < Re_d < 500 \cdot \frac{d}{k_s}$. Коэффициент трения может быть определен по формуле Альтшуля:

$$\lambda = 0.11 \cdot \left(\frac{k_s}{d} + \frac{68}{Re_d}\right)^{0.25}.$$

— зона квадратичного сопротивления образована горизонтальными участками кривых (режим развитой шероховатости) соответствует числам Рейнольдса $Re_d > 500 \cdot \frac{d}{k_s}$. Здесь работает формула Никурадзе:

$$\lambda = 1.74 + \lg\left(\frac{d}{k_s}\right).$$

или формула Шифрисона

$$\lambda = 0.11 \cdot \left(\frac{k}{d}\right)^{0.25}.$$

При данном режиме течения толщина вязкого подслоя мала и турбулентный поток непосредственно взаимодействует с выступами шероховатости. Эта зона называется автомодельной зоной, так как λ не зависит от Re_d .

Заметим, что формула Альтшуля является универсальной, так как при $k_s=0$ она переходит в формулу Блазиуса, а при $Re_d \to \infty$ – в формулу Шифрисона.

Задание:

- 1. На сколько изменится коэффициент гидравлического трения λ круглого трубопровода, если в процессе эксплуатации абсолютная шероховатость увеличится от 0.15 мм до 0.5 мм Диаметр трубопровода d=0.2 м, средняя скорость течения воды w=2 м/с, ее температура t=30 °C.
- 2. Вентиляционная труба d=0.1 м имеет длину l=100 м. Определить давление, которое должен развить вентилятор, если расход воздуха, подаваемый по трубе равен Q=0.078 м³/с. Давление на выходе p=1 атм. Местных сопротивлений на пути не имеется. Температура воздуха $20\,^{\circ}$ С, кинематическая вязкость воздуха $\nu=15.7\cdot 10^{-6}$ м²/с, плотность воздуха $\rho=1.18$ кг/м³, относительная шероховатость трубы 0.2 мм.
- 3. Определить потери напора в водопроводе длиной $l=500\,$ м при подаче $Q=100\,$ л/с, при температуре $t=10\,$ °C по трубопроводу диаметром $d=250\,$ мм и относительная шероховатость $k_{\scriptscriptstyle 3}=1.35\,$ мм.
- 4. Вода при температуре t = 40 °C протекает в количестве Q = 7.5 л/с в горизонтальной трубе кольцевого сечения, состоящей ИЗ двух концентрических оцинкованных стальных труб, относительная шероховатость которых $k_3 = 0.15$ мм. Внутренняя труба имеет наружный диаметр $d_1 = 75$ мм, а наружная труба имеет внутренний диаметр $d_2 = 100$ мм. Найти потери давления, если длина трубы составляет 300 м.
- 5. Подача воздуха в количестве $Q=0.2~{\rm m}^3/{\rm c}$ осуществляется по трубопроводу прямоугольного сечения (стороны $a=10~{\rm cm},\ b=15~{\rm cm})$ длиной $l=15~{\rm m}.$ Как изменяться потери давления при замене трубы прямоугольного сечения на круглую, при сохранении неизменными расхода и скорости в трубе? Плотность воздуха $\rho=1.26~{\rm kr/m}^3$, кинематический коэффициент вязкости $\nu=16.5\cdot 10^{-6}~{\rm m}^2/{\rm c}$, относительная шероховатость $k_3=0.5~{\rm mm}.$
- 6. Определить потери давления на трение в стальной трубе круглого сечения, квадратного сечения и треугольного сечения с равной длиной сторон при равных длине, площади живого сечения труб и скоростях движения воды. Длина трубы $l=100\,\mathrm{m}$, площадь живого сечения равна $F=0.03\,\mathrm{m}^2$, средняя скорость движения воды $w=10\,\mathrm{m/c}$, температура воды $20\,\mathrm{^{\circ}C}$, относительная шероховатость $k_3=0.5\,\mathrm{mm}$.

- 7. Определить диаметр нового стального трубопровода длиной l=1 км, который должен пропускать расход воды равный 0.02 м³/с, при потерях давления 2 бара. Температура подаваемой воды 90 °C, относительная шероховатость $k_3=0.5$ мм.
- 8. Определить давление в начале горизонтального трубопровода переменного сечения, состоящего из двух участков: первый участок имеет длину $l_1=100$ м и диаметр $d_1=80$ мм; второй $-l_2=150$ м и $d_2=50$ мм. Расход $Q=1.2\,$ л/с, свободный напор в конце трубопровода $H=15\,$ м. Температура подаваемой воды 95 °C, шероховатость стенок трубопровода $0.15\,$ мм. Местные потери напора не учитывать.
- 9. Определить расход воды в водопроводной трубе с шероховатостью 0.5 мм диаметром 0.3 м, если скорость на оси трубы $u_{max}=4.5$ м/с, а температура воды равна 10 °C.
- 10. В двух точках живого сечения трубопровода диаметром 0.5 м, транспортирующего воду, измерены скорости 2.3 м/с на расстоянии от стенки 0.11 м и 2.6 м/с на оси трубы. Найти потери напора на трение на 1 м трубы.

Практическое занятие №6 Расчет трубопроводных систем. Местные потери напора

Краткие теоретические сведения:

При наличии местного сопротивления на рассматриваемом участке потока также возникает перепад давления $\Delta p_{\scriptscriptstyle \rm M} = p_1 - p_2$. Относительная величина этого перепада:

$$\xi_{\rm M} = \frac{\Delta p_{\rm M}}{\rho \cdot w^2/2},$$

называется коэффициентом местного сопротивления. В общем случае коэффициент $\xi_{\rm M}$ зависит от геометрии потока (то есть типа местного сопротивления и его размеров) и числа Рейнольдса и определяется с использованием экспериментальных данных. С учетом введенного коэффициента местного сопротивления, получим

$$\Delta p_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}} = \xi_{\scriptscriptstyle \mathrm{M}} \cdot \rho \frac{w^2}{2}$$
.

Эта зависимость называется формулой Вейсбаха.

Потери на внезапное расширение. В этом случае на уступе канала происходит отрыв потока с образованием вихрей в отрывной зоне в углах канала. Схема течения показана на рисунке ниже. Образовавшаяся транзитная струя расширяется и в сечении 2'–2' достигает стенок канала. Распределение скорости в этом сечении еще существенно неоднородно и стабилизируется только в сечении 2–2. На участке течения от сечения 1–1 до сечения 2–2

происходит потеря механической энергии потока, обусловленная преодолением вязких сил, возникающих в вихревой зоне и в процессе стабилизации эпюры скоростей. Существуют также потери механической энергии, обусловленные трением жидкости о стенки канала, которыми будем пренебрегать, считая, что протяженность местного сопротивления невелика.

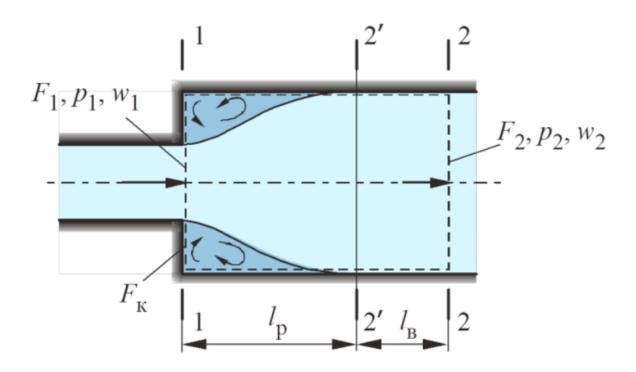


Рисунок 39 — Течение жидкости в окрестности внезапного расширения

Выразим потери на внезапное расширение при помощи уравнения Бернулли, записанное для сечений 1–1 и 2–2, считая, для простоты, что $\alpha_1=\alpha_2=1$

$$\Delta p_{\text{BH.p}} = p_1 - p_2 + \frac{\rho}{2}(w_1^2 - w_2^2).$$

Перепад давлений p_1-p_2 найдем при помощи уравнения сохранения количества движения, записанного в проекции на ось канала для объема, показанного на рисунке выше пунктиром. При этом учтем, что на кольцевой поверхности уступа $F_{\rm K}=F_2-F_1$ можно принять давление, равным p_1 . Тогда закон сохранения количества движения запишется в виде

$$p_1 \cdot F_2 - p_2 \cdot F_2 = \rho \cdot w_2^2 \cdot F_2 - \rho \cdot w_1^2 \cdot F_1.$$

Учитывая, что $w_1 \cdot F_1 = w_2 \cdot F_2$, имеем

$$p_1 - p_2 = \rho \cdot w_2 \cdot (w_2 - w_1).$$

В итоге получим формулу Борда

$$\Delta p_{\text{BH.p}} = \rho \cdot w_2 \cdot (w_2 - w_1) + \frac{\rho}{2} (w_1^2 - w_2^2) = \frac{\rho}{2} (w_1 - w_2)^2.$$

Приводя формулу Борда к виду формулы Вейсбаха, можем записать

$$\Delta p_{\rm BH,p} = \rho \cdot \frac{w_1^2}{2} \Big(1 - \frac{w_2}{w_1} \Big)^2 = \rho \cdot \frac{w_1^2}{2} \Big(1 - \frac{F_1}{F_2} \Big)^2.$$

Таким образом, для внезапного расширения в квадратичной зоне течения

$$\xi_{\text{BH.p}} = \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right)^2.$$

В частном случае истечения из трубы в большой резервуар $F_2 \gg F_1$ и $\xi_{\text{вн.p}} = 1$. То есть в этом случае теряется весь скоростной напор потока, имеющийся во входном сечении трубопровода.

Потери на внезапное сужение. В этом случае в углах местного сопротивления также образуется отрывная зона. Кроме того, отрыв потока происходит и непосредственно на входе в узкую часть трубы. Транзитная струя, благодаря силам инерции сжимается, образуя сжатое сечение F_c , а затем снова расширяется, занимая все сечение трубы.

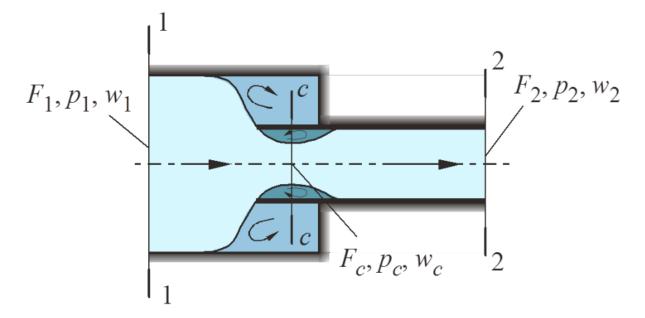


Рисунок 40 – Течение жидкости в окрестности внезапного сужения

Измерение показывает, что основные потери давления происходят на участке расширения транзитной струи за сечением F_c . Применим к участку потока между сечениями с—с и 2—2 формулу Борда:

$$\Delta p_{\text{суж}} = \frac{\rho}{2} (w_c - w_2)^2.$$

или, записывая в форме Вейсбаха,

$$\Delta p_{\text{суж}} = \rho \cdot \frac{w_2^2}{2} \left(\frac{F_2}{F_c} - 1\right)^2 = \rho \cdot \frac{w_2^2}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1\right)^2,$$

где коэффициент внутреннего сжатия $\varepsilon = F_c/F_2$ может быть определен по формуле

$$\varepsilon = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - F_2/F_1}}.$$

Тогда

$$\xi_{\text{суж}} = 1 - \frac{F_2}{F_1}$$

Диафрагма на трубопроводе. Коэффициент местного сопротивления диафрагмы, расположенной внутри трубы постоянного сечения (отнесенный к сечению трубопровода):

$$\xi_{\text{диафр}} = \left(\frac{1}{n_{\text{диафр}} \cdot \varepsilon} - 1\right)^2 \approx \left(0.707 \cdot \left(1 - \frac{F_0}{F_1}\right)^{0.375} + \left(1 - \frac{F_0}{F_2}\right)\right)^2,$$

где $n_{\rm диафр} = F_0/F$ — отношение площади отверстия диафрагмы F_0 к площади сечения трубы F .

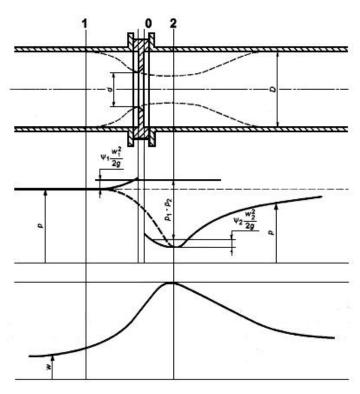


Рисунок 41 – Схема течения несжимаемой жидкости через диафрагму.

Методом переменного перепада давления возможно определить расход среды по ГОСТ 8.586.1-2005 Государственная система обеспечения единства измерений (ГСИ). Измерение расхода и количества жидкостей и газов с помощью стандартных сужающих устройств.

Для диафрагмы, расположенной на выходе в трубопровод другого диаметра:

$$\xi_{\text{диафр}} = \left(\frac{1}{n_{\text{диафр}} \cdot \varepsilon} - \frac{1}{m}\right)^2.$$

где $m = F_2/F_1$; $\xi_{\text{диафр}}$ – коэффициент сопротивления, отнесенный к сечению узкого трубопровода.

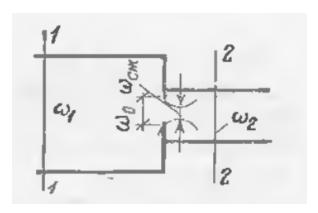


Рисунок 42 – Диафрагма на трубе в месте изменения диаметра.

Вход в трубу из резервуара. Для коэффициента сопротивления следует принимать следующие значения: при острых кромках $\xi_{\rm BX}=0.4\div0.5$; при закругленных кромках $\xi_{\rm BX}=0.2$; весьма плавном входе $\xi_{\rm BX}=0.05$.

Выход из трубы в резервуар, в реку и т.д. Коэффициент сопротивления, отнесенный к сечению трубы:

$$\xi_{\text{вых}} = \frac{v_1^2}{2 \cdot g},$$

где v_1 – средняя скорость течения воды в трубе.

При равномерном распределении скоростей на выходе можно принять $\xi_{\scriptscriptstyle \mathrm{BMX}}=1.$

При выходе из трубы через диафрагму в конце трубопровода:

$$\xi_{\text{BMX}} = \left(\frac{1}{n \cdot \varepsilon}\right)^2$$
.

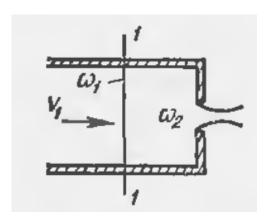


Рисунок 43 – Выход из трубы через диаграмму.

Сварные стыки на трубопроводах. Коэффициент сопротивления стыка может быть найден по формуле

$$\xi_{\rm CT} = 14 \cdot (\delta/d)^{1.5},$$

где δ — эквивалентная высота сварного стыка: для стыков с подкладными кольцами $\delta = 5$ мм; для стыков электродуговой и контактной сварки $\delta = 3$ мм.

Постепенное расширение трубопровода. Коэффициент сопротивления для конически расходящихся переходных конусов (диффузоров) зависит от угла конусности и соотношения диаметров. Для коротких конусов коэффициент сопротивления, отнесенный к более широкому сечению, (можно найти по формуле:

$$\xi_{\text{n.p}} = K_{\text{n.p}} \cdot (F_2/F_1 - 1)^2,$$

где $K_{\text{п.р}}$ – коэффициент смягчения при постепенном расширении, зависящий от угла конусности α .

α, град	4	8	15	30	60	90
$K_{\text{n.p}}$	0.08	0.16	0.35	0.8	0.95	1.07

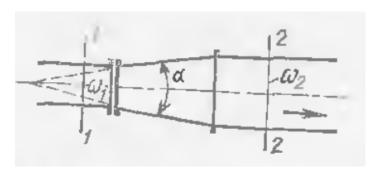


Рисунок 44 — Постепенное расширение трубопровода.

Постепенное сужение трубопровода. Коэффициент сопротивления для сходящихся переходных конусов (конфузоров) зависит от угла конусности и соотношения диаметров. Для коротких конусов он может быть найден по формуле:

$$\xi_{\text{\tiny II.C}} = K_{\text{\tiny II.C}} \cdot (1/\epsilon - 1)^2,$$

где $K_{\rm n.c}$ — коэффициент смягчения при постепенном сужении, зависящий от угла конусности α .

α, град	10	20	40	60	80	100	140
$K_{\Pi.C}$	0.4	0.25	0.2	0.2	0.3	0.4	0.6

Резкий поворот трубы круглого поперечного сечения на угол α . Коэффициент сопротивления можно найти по формуле:

$$\xi_{\alpha} = \xi_{90^{\circ}} \cdot (1 - \cos \alpha),$$

где $\xi_{90^{\circ}}$ — значение коэффициента сопротивления для угла 90° (для ориентировочных расчетов следует принимать $\xi_{90^{\circ}}=1$).

Плавный поворот трубы круглого поперечного сечения (закругленное колено, отвод). Коэффициент сопротивления рекомендуется находить из формулы:

$$\xi_{\alpha} = \xi_{90^{\circ}} \cdot a$$
.

Значения параметра α приведены ниже.

α, град	20	40	60	80	100	120	140	160	180
a	0.4	0.65	0.83	0.95	1	1.13	1.2	1.27	1.33

Коэффициент $\xi_{90^{\circ}}$ определяется по формуле А. Д. Альтшуля

$$\xi_{90^{\circ}} = (0.2 + 0.001 \cdot (100 \cdot \lambda)^{8}) \cdot \sqrt{\frac{d}{R}},$$

где d — диаметр трубопровода; R — радиус закругления.

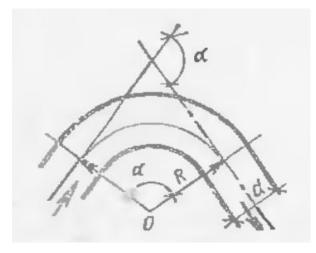


Рисунок 45 – Плавный поворот трубы круглого сечения.

Потери напора в запорных устройствах трубопроводов. Значения коэффициентов местных сопротивлений для некоторых запорных устройств (задвижка, вентиль, дроссель, кран и др.) приведены в ниже.

Теоретические значения коэффициента сопротивления для задвижки можно найти также по формуле:

$$\xi = \left(\frac{F}{F_0 \cdot \varepsilon} - 1\right)^2,$$

где F_0 — площадь сечения, не стесненная запорным приспособлением; F — площадь сечения трубы.

			<u> </u>		1	
Задвичка	S/d	D, MM	25	50	1	.00
	3/4 1/2 1/4	ζ _{l⟨B}	0,33 0,9 4,1 32	0,16 0,68 3 20	0,14 0,55 2,6 16	
Вентиль	Полностью	D, MM	13	25	50	100
	открытый	$\zeta_{ ext{KB}}$	10,8	6,1	4,6	4,1
Драссель с плоска скошенным диском	в При в	α, град	0	10	30	60
8	$\begin{array}{ c c }\hline b \\ \hline D = 0.25 \\ \hline \end{array}$	$\zeta_{_{\mathrm{KB}}}$	0,05— 0,15	0,36	3,05	71,5
Кран монусный		а, град	5	20	40	70
et D		ζ _{KB}	0,35	2,7	18,2	675

Взаимное влияние местных сопротивлений. Местные потери напора часто суммируют в соответствии с так называемым принципом наложения потерь, согласно которому полная потеря напора представляет собой

арифметическую сумму потерь, вызываемых отдельными сопротивлениями. Принцип наложения потерь дает, однако, надежные результаты лишь в случае, если расстояние между отдельными местными сопротивлениями достаточно велико для того, чтобы искажение эпюры скоростей, вызванное одним из них, не сказывалось на сопротивлении, лежащем ниже по сечению. Для этого необходимо, чтобы местные сопротивления отстояли друг от друга не ближе чем:

$$\frac{l_{\rm BJ}}{d} = \frac{12}{\sqrt{\lambda}} - 50,$$

где $l_{\rm вл}$ — длина влияния местного сопротивления; λ — коэффициент гидравлического трения трубы, на которой расположено местное сопротивление.

Формула выше действительна для турбулентного движения.

Кавитация в местных сопротивлениях. В местных сопротивлениях размеры проходных сечений, как правило, меньше, чем в трубопроводе, на котором эти сопротивления установлены. Во многих местных сопротивлениях поток испытывает дополнительное сжатие при отрыве от стенок. Увеличение скоростей в месте стеснения потока приводит к падению давления и возникновению опасности кавитации. Поэтому местные сопротивления являются наиболее опасными в кавитационном отношении элементами трубопровода. Кавитация в местном сопротивлении развивается в случае, если абсолютное давление в нем станет равным давлению насыщенных паров при протекающей через местное сопротивление жидкости. Давление насыщенных паров возрастает с увеличением температуры. При возникновении кавитации коэффициенты местных сопротивлений возрастают.

Возникновение и развитие кавитации характеризуется безразмерным числом кавитации

$$\chi = \frac{2 \cdot (p_1 - p_{\text{\tiny H.II}})}{\rho \cdot v_1^2},$$

где p_1 и v_1 – давление и скорость в некотором сечении потока.

При достижении числом кавитации предельно допустимого (критического) значения $\chi_{\rm kp}$ в рассматриваемом местном сопротивлении начинается кавитация. Значения критического числа кавитации для разных местных сопротивлений определяются, как правило, экспериментально. Они связаны с коэффициентом местного сопротивления в бескавитациоииом режиме. В первом приближении для местных сопротивлений, вызванных изменением сечения потока, можно предложить зависимость

$$\chi_{\kappa p}=\xi+2\sqrt{\xi},$$

где ξ – коэффициент местного сопротивления.

Задание:

- 1. В качестве нагревательных приборов системы отопления использованы стальные трубы $d_1=0.1$ м. Стояк, подводящий нагретую воду, и соединительные линии выполнены из труб $d_2=0.025$ м и приварены к торцам нагревательных труб. Определить потери давления при внезапном расширении и внезапном сужении, если скорость движения горячей воды в подводящих линиях w=0.3 м/с, а температура воды 80 °C.
- 2. Для ограничения расхода воды в водопроводной линии устанавливается дроссельная диафрагма. Избыточное давление в трубе до и после диафрагмы постоянно и равно соответственно $p_1 = 63.8$ кПа и $p_2 = 20.6$ кПа. Диаметр трубы d = 0.076 м. Определить необходимый диаметр отверстия диафрагмы с таким расчетом, чтобы расход в линии был равен $Q = 5.83 \cdot 10^{-3}$ м³/с, температура воды 50 °C.
- 3. Определить потери давления в водяном тракте водонагревателя, состоящего из шестипетлевого стального трубчатого змеевика. Диаметр труб d=0.075 м, длина прямого участка l=3 м, петли соединяются круговыми коленами, имеющими радиус R=0.1 м. Расход воды Q=0.01 м 3 /с, температура 90 °C.

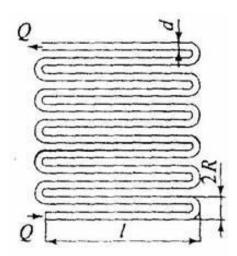


Рисунок 46 – Водонагреватель.

4. Определить расход воды по трубке длиной l=10 м и диаметром d=20 мм при располагаемом напоре H=30 м. Учесть потери напора в местных сопротивлениях (вход в трубку, колено 90° и нормальный вентиль), температура воды $20~^{\circ}$ С.

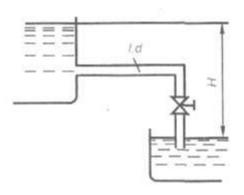


Рисунок 47 – Трубка.

5. Вода перетекает из напорного бака А в резервуар Б через вентиль с коэффициентом сопротивления $\xi_{\rm B}=3$ по трубе. Диаметры: $d_1=40$ мм; $d_2=60$ мм. Считая режим течения турбулентным и пренебрегая потерями на трение по длине, определить расход. Учесть потери напора при внезапных сужениях и расширениях. Высоты: $H_1=1$ м, $H_2=2$ м; избыточное давление в напорном баке $p_0=0.15$ МПа, температура воды $20\,^{\circ}$ С.

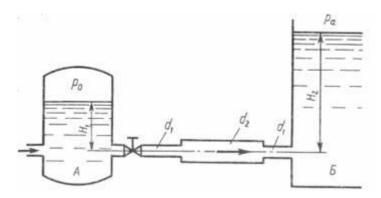


Рисунок 48 – Труба.

6. Насос забирает из водоема воду с температурой 20 °C в количестве $Q=50\,$ л/с. Определить максимальную высоту расположении горизонтального вала насоса над свободной поверхностью воды H_1 , если давление перед насосом $p_2=0.03\,$ МПа. На всасывающей чугунной трубе диаметром $d=0.25\,$ м и длиной $l=50\,$ м имеется заборная сетка, плавный поворот радиусом $R=0.5\,$ м и регулирующая задвижка, открытая на $45\%\,$ площади проходного сечения.

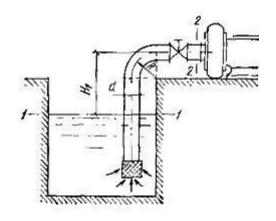


Рисунок 49 – Труба.

7. Сифонный бетонный водосброс диаметром d=1 м сбрасывает воду из водохранилища в реку, уровень которой на H=5 м ниже уровня водохранилища. Определить подачу сифонного водосброса, если он имеет два поворота: на 90° и на 45° с радиусами закругления R=2 м. Длина горизонтального участка $l_{\rm r}=2$ м. Температура воды в водохранилище 0° С. $z_1=1$ м и $z_2=3$ м.

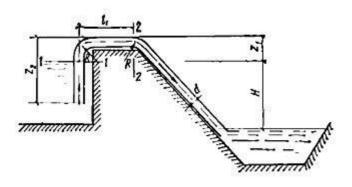


Рисунок 50 – Водосброс.

8. Вода перетекает из бака A в резервуар Б по трубе диаметром d=25 мм, длиной l=10 м. Определить расход воды, если избыточное давление в баке $p_1=200\,$ кПа; высоты уровней $H_1=1\,$ м; $H_2=5\,$ м. Температура перекачки воды $20\,$ °C, абсолютная шероховатость стенок трубы $\Delta=0.5\,$ мм.

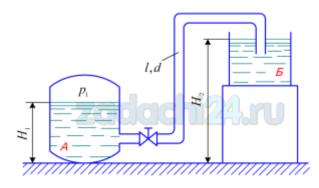


Рисунок 51 – Трубопровод.

9. Вода перетекает из бака A в резервуар Б по трубе длиной l=2.5 м и диаметром d=25 мм, на которой установлены вентиль и диффузор с углом $\alpha=8^\circ$ и диаметром выходного отверстия D=75 мм. Показание мановакуумметра $p_{\rm вак}=10$ кПа; высота H=2.5 м, h=2 м. Определить расход с учетом всех местных сопротивлений и трения по длине ($k_9=0.5$ мм). Вход в трубу без закруглений, радиус кривизны колен R=25 мм, температура воды 20 °C.

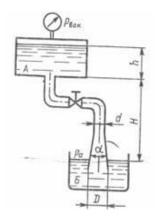


Рисунок 52 – Труба.

10. Требуется определить предельно допустимую скорость течения воды в отводе, если давление воды в трубопроводе перед отводом $p=0.12~\mathrm{M\Pi a}$, температура воды 80 °C, критическое число кавитации для отвода $x_{\mathrm{кp}}=2$.

Практическое занятие №7 Истечение жидкости из отверстий

Краткие теоретические сведения:

Рассмотрим истечение жидкости из резервуара в атмосферу через отверстие в тонкой стенке. Здесь, как и в случае входа в трубу, наблюдается сжатие струи за отверстием. Причиной этого является инерционность частиц, двигающихся к отверстию изнутри резервуара по радиальным направлениям. За сжатым сечением струя практически не расширяется, а при достаточно большой скорости истечения может распадаться на отдельные капли.

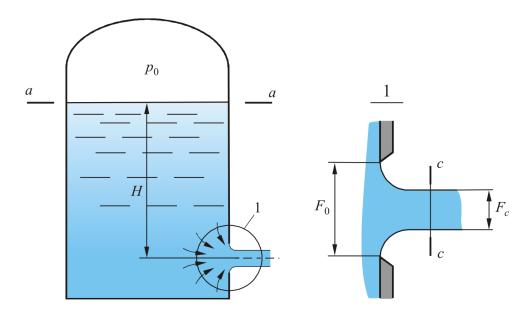


Рисунок 53 – Истечение жидкости из резервуара через отверстие в тонкой стенке.

Для вывода формул истечения применим уравнение Бернулли к сечениям a-a (свободная поверхность жидкости в резервуаре) и c-c (сжатое сечение струи), предполагая, что скорость опускания уровня в резервуаре мала:

$$\rho \cdot g \cdot H + p_0 = p_1 + \rho \cdot \frac{\alpha_c \cdot w_c^2}{2} + \xi_0 \cdot \rho \cdot \frac{w_c^2}{2},$$

где ξ_0 — коэффициент местного сопротивления, обусловленного входом жидкости в отверстие.

Решая это уравнение относительно скорости в сжатом сечении, находим:

$$w_c = \varphi \cdot \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot H + \frac{p_0 - p_1}{\rho}\right)},$$

где $\varphi=1/\sqrt{\alpha_c+\xi_0}$ – коэффициент скорости.

Введем коэффициент сжатия струи, определяемый как $\varepsilon = F_c/F_0$ (где F_c – площадь сжатого сечения струи; F_0 – площадь отверстия) и коэффициент расхода отверстия, равный $\eta = \varphi \cdot \varepsilon$. С учетом этих параметров можем записать следующее выражение для расхода через отверстие

$$Q = \eta \cdot F_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot H + \frac{p_0 - p_1}{\rho}\right)}.$$

На величину коэффициента расхода влияют числа Фруда $Fr=2\cdot H/d_0$, Вебера $We=2\cdot g\cdot H\cdot d_0\cdot \rho/\sigma$ (σ – коэффициент поверхностного натяжения) и Рейнольдса. Однако при Fr>10, We=250..2500 коэффициент η зависит

только от числа Рейнольдса. Эта зависимость для круглого отверстия показана на рисунке ниже.

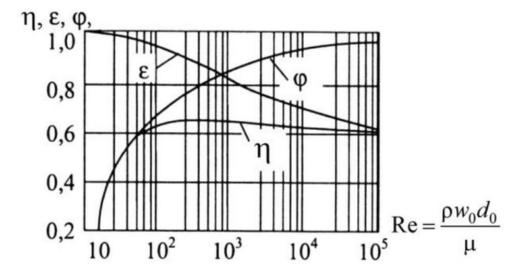


Рисунок 54 — Зависимость коэффициента расхода η , истечения φ и сжатия струи ε от числа Рейнольдса.

Число Рейнольдса при истечении из отверстий определяют по формуле:

$$Re = \frac{d \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot H}}{v}.$$

При истечении с большими значениями числа Рейнольдса $Re>10^5$, что характерно для большинства случаев истечения воды и воздуха, можно принимать следующие значения коэффициентов истечения: $\varepsilon=0.62,\; \phi=0.97,\; \xi_0=0.06$ и $\eta=0.61.$

Для определения коэффициента η можно также пользоваться следующими приближенными формулами:

при
$$Re < 25$$
 $\eta = \sqrt{\frac{Re}{25.2 + Re}},$ при $25 < Re < 300$ $\eta = \frac{Re}{1.5 + 1.4 \cdot Re},$ при $300 < Re < 10^4$ $\eta = 0.592 + 0.27 \cdot \mathrm{Re}^{1/6},$ при $Re > 10^4$ $\eta = 0.592 + \frac{5.5}{\sqrt{Re}}.$

Истечение под уровень (затопленное истечение). Расход через затопленное отверстие определяют по формуле:

$$Q = \eta_3 \cdot F_0 \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot (H_1 - H_2)},$$

где η_3 — коэффициент расхода затопленного отверстия, определяемый по формуле А. Д. Альтшуля:

$$\eta_3 = \varepsilon / \sqrt{2 \cdot \varepsilon^2 \cdot m^2 - \varepsilon^2 \cdot n^2 + \xi_0 + 1 - 2 \cdot \varepsilon \cdot m},$$

где $n = F/\Omega_1$ — отношение площади отверстия к площади сечения потока выше отверстия; $m = F/\Omega_2$ — то же, ниже отверстия.

Коэффициент сжатия струи ε и коэффициент сопротивления ξ_0 (при истечении через затопленное отверстие практически не отличаются от соответствующих коэффициентов при истечении через незатопленное отверстие.

Для отверстий малых размеров по сравнению с резервуарами $(n \to 0; m \to 0)$

$$\eta = \varepsilon / \sqrt{1 + \xi_0},$$

т.е. совпадает со значением коэффициента расхода при незатопленном истечении (истечении в атмосферу).

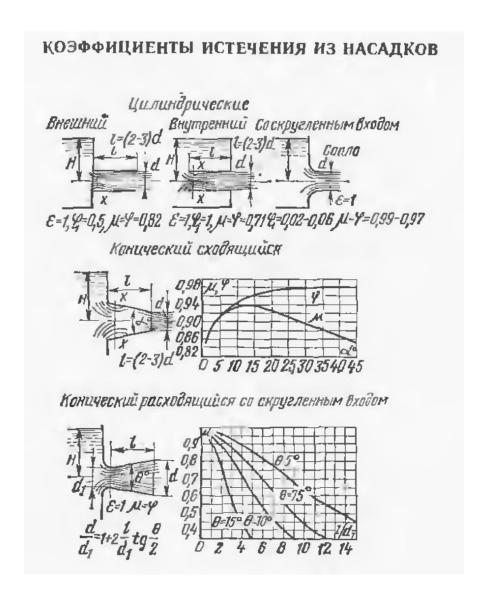
Истечение из насадков и коротких труб (истечение из отверстий в толстой стенке). Насадком называется короткая трубка $l \le 4 \cdot d$, присоединенная к отверстию для изменения характеристик истечения (по сравнению с истечением из отверстия).

Формула расхода для насадков та же, что и для отверстий в тонкой стенке, т. е.

$$Q = \eta_{\mathrm{H}} \cdot F_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot H + \frac{p_0 - p_1}{\rho}\right)},$$

где $\eta_{\rm H}$ — коэффициент расхода, отнесенный к выходному сечению насадка; F_0 — площадь выходного отверстия насадка; H — напор над центром тяжести выходного отверстия (или разность уровней верхнего и нижиего горизонтов воды при затопленном насадке).

Значения коэффициента расхода $\eta_{\rm H}$ принимаются различными для насадков разных типов.



При расчете коротких трубопроводов следует учитывать не только местные потери напора, но и потери на трение. Расход жидкости из трубопровода постоянного диаметра d и длиной l, работающего под напором H, определяют, по формуле, аналогичной формулам истечения из насадков:

$$Q = \eta_c \cdot F_0 \cdot \sqrt{2 \cdot \left(g \cdot H + \frac{p_0 - p_1}{\rho}\right)},$$

где η_c – коэффициент расхода системы:

$$\eta_c = 1/\sqrt{1 + \lambda \cdot l/d + \sum \xi},$$

здесь $\sum \xi$ — сумма всех коэффициентов местных сопротивлений данного трубопровода; λ — коэффициент гидравлического трения трубопровода. При истечении под уровень (затопленное истечение) следует принимать:

$$\eta_c = 1/\sqrt{\lambda \cdot l/d + \sum \xi}$$
.

Воронкообразование при истечении жидкости. При опорожнении резервуаров через донные отверстия (особенно при малых напорах) над отверстиями могут возникать воронки, создаваемые вращением жидкости вокруг оси, проходящей через центр сливного отверстия. В некоторых случаях воздушная полость (ядро) воронки пронизывает всю толщу жидкости, проникая в сливное отверстие (так называемая интенсивная воронка); при этом уменьшается рабочая площадь отверстия и снижается его «пропускная способность.

Самопроизвольное воронкообразование. Критический напор $H_{\rm кр}$ при котором происходит прорыв воздушного ядра воронки в донное отверстие, можно определить по формуле Р. Г. Перельмана:

$$H_{\rm \kappa p}/d = 0.5 \cdot \left(v_0/\sqrt{g \cdot d}\right)^{0.55}.$$

где d — диаметр отверстия; v_0 — средняя скорость истечения в сжатом сечении струи (примерно на $0.5 \cdot d$ ниже плоскости отверстия).

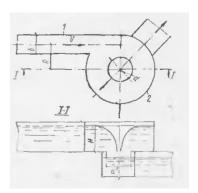


Рисунок 55 – Воронкообразование при истечении из отверстий.

Вихревые воронки. В результате асимметричного подвода жидкости к отверстию (когда ось подходящего к отверстию потока не проходит через центр этого отверстия) при наличии в жидкости вихревых шнуров преобладающего направления вращения (при обтекании какого-либо препятствия), а также в некоторых других случаях возникают вихревые воронки. Коэффициент расхода донного отверстия с острой кромкой при наличии вихревой воронки определяется по формуле:

$$\eta = 0.795 - 0.256 \cdot E$$

где E — интенсивность воронкообразования:

$$E = \frac{v}{\sqrt{g \cdot H}} \left(\frac{d}{R} + 4 \cdot \frac{R}{d} \right),$$

здесь R — расстояние в плане от центра отверстия до оси подходящего потока по нормали к последней; v — тангенциальная скорость на радиусе вращения R

(значения v и R определяются условиями подхода жидкости к сливному отверстию); H – напор; d – диаметр сливного отверстия.

Формула выше справедлива для $\eta = 0.15 \div 0.60$.

Задание:

- 1. Определить расход и скорость вытекания воды из малого круглого отверстия диаметром d=0.03 м в боковой стенке резервуара больших размеров. Напор над центром отверстия H=1 м. Температура воды 20° С.
- 2. Определить расход воды, проходящей через цилиндрический насадок длиной l=0.3 м и диаметром d=0.1 м под напором H=4 м. Температура воды $30^{\circ}\mathrm{C}$.

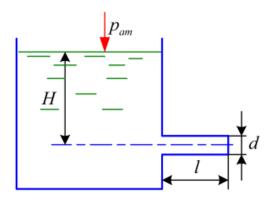


Рисунок 56 – Бак.

3. Определить расход воды, проходящей через водоспускную трубу в бетонной плотине, если напор над центром трубы H=12 м, диаметр трубы d=1 м, длина ее l=7 м. Температура воды 10° С.

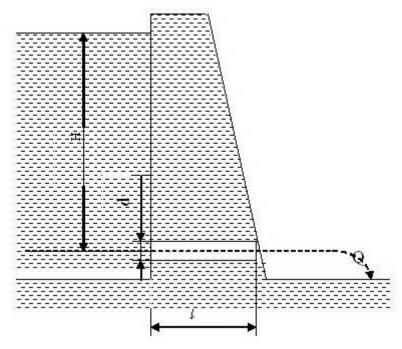


Рисунок 57 – Плотина.

4. Определить длину трубы, при которой расход жидкости из бака будет в два раза меньше, чем через отверстие того же диаметра d=30 мм. Напор над отверстием равен H=6 м. Температура воды 20° С.

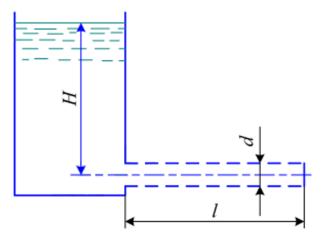


Рисунок 58 – Бак.

5. В бак, разделенный тонкой перегородкой на два отсека, поступает расход воды $Q=0.028\,\mathrm{m}^3/\mathrm{c}$. В перегородке имеется отверстие диаметром $d_1=0.1\,\mathrm{m}$. Из второго отсека вода выливается наружу через цилиндрический насадок диаметром $d_2=0.075\,\mathrm{m}$. Определить глубину воды в отсеках над центром отверстий. Температура воды $20^{\circ}\mathrm{C}$.

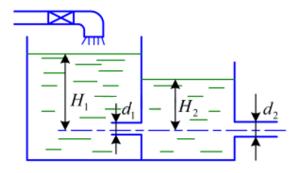


Рисунок 59 – Бак.

6. В бак, разделенный перегородками на три отсека, подается вода в количестве $Q=1.9~\rm n/c$. Температура жидкости $20~\rm ^\circ C$. В первой перегородке бака имеется конический сходящейся под углом 30° насадок, диаметр которого равен $d=32~\rm mm$, а длина $l=3\cdot d$; во второй перегородке бака — цилиндрический насадок с таким же диаметром и длиной. Жидкость из третьего отсека через отверстие диаметром $d_1=25~\rm mm$ поступает наружу, в атмосферу. Определить уровни жидкости в отсеках.

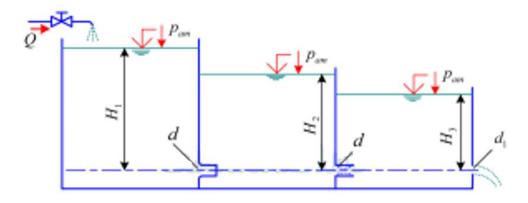


Рисунок 60 – Бак.

7. В бак, разделенный на две секции перегородкой, в которой установлен цилиндрический насадок диаметром d=32 мм и длиной $l=4\cdot d$, поступает вода в количестве Q=5 л/с при температуре 20 °C. Из каждой секции жидкость самотеком через данные отверстия диаметром d вытекает в атмосферу. Определить распределение расходов, вытекающих через левый отсек Q_1 и правый отсек Q_2 , если течение является установившимся.

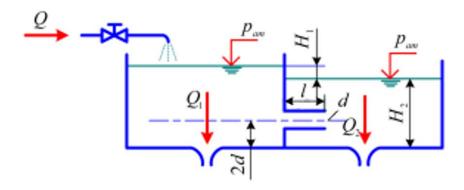


Рисунок 61 – Бак.

8. Из бака A, в котором поддерживается постоянный уровень, вода протекает по цилиндрическому насадку диаметром d=32 мм и длиной $l_1=2$ м в бак B, из которого сливается в атмосферу по короткой трубе диаметром D=19 мм и длиной $l_2=0.5$ м, снабженной краном. Определить значение коэффициента сопротивления крана ξ , при котором расход воды составит Q=0.5 л/с, высоты равны h=50 см, H=140 см. Температура воды 20° С.

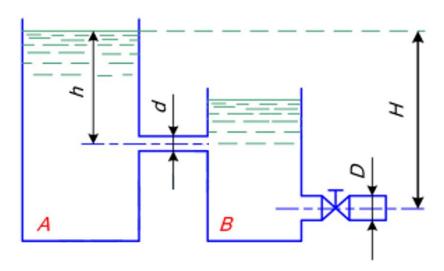
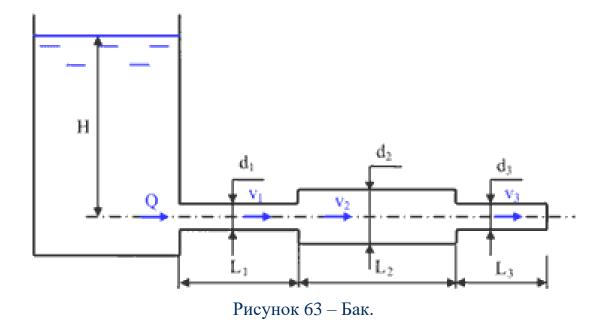


Рисунок 62 – Бак.

9. Из открытого резервуара, в котором поддерживается постоянный уровень, по стальному трубопроводу (эквивалентная шероховатость $k_9=0.1$ мм), состоящему из труб различного диаметра $d_1=20$ мм, $d_2=40$ мм, $d_2=25$ мм и различной длины $l_1=0.75$ м, $l_2=2$ м, $l_3=0.5$ м вытекает в атмосферу вода, расход которой Q=0.5 л/с, температура t=10 °C. Требуется построить напорную и пьезометрическую линии на всех участках трубопровода.



10. Определить пропускную способность вихревого перепада при напоре H=1.4 м, радиусе вращения R=1.5 м, диаметре отверстия d=1.1 м и ширине подводящего канала b=1 м. Температура воды 20° С.

Практическое занятие №8 Расчет сложных трубопроводов

Краткие теоретические сведения:

Встречающиеся в технике трубопроводы можно условно разделить на две группы: простые трубопроводы, состоящие из одной трубы с постоянным по длине расходом и сложные трубопроводы, образующиеся в результате последовательного соединения, разветвлений, параллельных соединений, боковых отводов или замыканий в кольца труб разных длин и диаметров.

В основе расчета любого трубопровода лежит задача о расчете простого трубопровода, постоянного по всей длине диаметра. На практике задача расчета трубопроводов встречается обычно в следующих трех постановках.

- 1. Требуется определить перепад давления Δp в трубопроводе диаметром d и длиной l. Заданы также нивелирные высоты z_1 и z_2 начала и конца трубопровода, расход и теплофизические свойства жидкости.
- 2. Требуется найти расход жидкости Q через трубопровод, геометрические характеристики которого заданы, и известен перепад давления Δp .
- 3. Определить диаметр d, если все остальные геометрические характеристики трубопровода, а также кинематические, теплофизические параметры жидкости и перепад давления известны.

Исходными уравнениями для расчета трубопроводов при транспортировке несжимаемых жидкостей являются: уравнение Бернулли, уравнение неразрывности, формулы для расчета потерь полного давления по длине трубопроводов, а также на местных сопротивлениях. Для газов

дополнительно используется уравнение состояния, например, Клапейрона-Менделеева. Если на трубопроводе установлен нагнетатель, то должна быть задана его рабочая характеристика — зависимость создаваемого им напора от расхода.

Расчет простого трубопровода. Рассмотрим установившееся течение несжимаемой жидкости по трубопроводу длиной l постоянного диаметра d. Уравнение Бернулли, записанное для сечений на входе и на выходе из трубопровода, имеет вид:

$$\rho \cdot g \cdot z_{1} + p_{1} + \frac{\alpha_{1} \cdot \rho \cdot w_{1}^{2}}{2} = \rho \cdot g \cdot z_{2} + p_{2} + \frac{\alpha_{2} \cdot \rho \cdot w_{2}^{2}}{2} + \Delta p_{\mathrm{TP}} + \Delta p_{\mathrm{M}}.$$

Если d=const, то $\alpha_1=\alpha_2, w_1=w_2$ и уравнение примет вид:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) + \Delta p_{\mathrm{TD}} + \Delta p_{\mathrm{M}},$$

где Δp — перепад статического давления; $\Delta p_{\rm Tp}$ — потери полного давления на трение по длине трубопровода; $\Delta p_{\rm M}$ — потери на местных сопротивлениях.

Суммарные потери давления (на трение и местные сопротивления) найдутся, как:

$$\Delta p = \Delta p_{\mathrm{Tp}} + \Delta p_{\mathrm{M}} = \lambda \frac{l}{d} \frac{\rho \cdot w^{2}}{2} + \sum \xi \frac{\rho \cdot w^{2}}{2} = \frac{\rho \cdot w^{2}}{2} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right).$$

Средне расходная скорость движения жидкости находится из соотношения для объемного расхода:

$$w = \frac{4 \cdot Q}{\pi \cdot d^2}.$$

Тогда

$$\Delta p = \frac{8 \cdot \rho \cdot Q^2}{\pi^2 \cdot d^4} \cdot \left(\lambda \frac{l}{d} + \sum \xi\right).$$

Рассмотрим трубопровод, имеющий несколько ветвей, включенных параллельно между двумя точками.

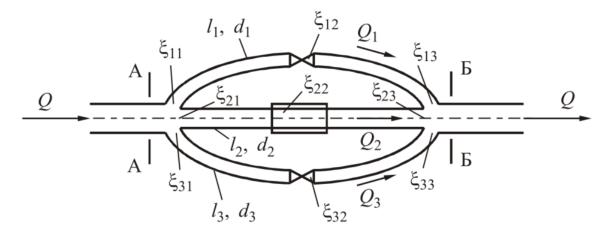


Рисунок 64 – Параллельное соединение трубопроводов.

Будем считать, что для такого трубопровода задан общий расход Q, геометрические характеристики каждой ветви между сечениями A и Б. Найдем распределение расходов Q_i по ветвям, входящим в параллельный пучок, и перепад давления между точками A и Б Δp_p .

Для каждой из ветвей значение давления в сечениях A и B одинаково, следовательно потеря давления и располагаемый перепад между этими точками также одни и те же. Тогда для каждой i-ой ветви можем записать:

$$Q_i = \eta_{\mathrm{Tp}i} \cdot F_i \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_{\mathrm{p}}}{\rho}}.$$

Сумма расходов по ветвям равна общему расходу Q:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i = \sum_{i=1}^{n} (\eta_{\text{rp}i} \cdot F_i) \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \Delta p_p}{\rho}}.$$

Система замкнута, так как включает n+1 уравнение для определения n неизвестных расходов и перепада давлений $\Delta p_{\rm p}$.

Задание:

1. Определить давление $p_{\rm M1}$ на поверхности жидкости в закрытом резервуаре, из которого жидкость по системе с кольцевым соединением груб поступает в другой резервуар с давлением на поверхности $p_{\rm M2}=50$ кПа. Общий расход жидкости в системе Q=0.06 м³/с. Трубы водопроводные, нормальные. Диаметры труб: $d_1=0.25$ м, $d_2=0.15$ м, $d_3=0.1$ м, $d_4=0.2$ м. Длины труб: $l_1=400$ м, $l_2=320$ м, $l_3=300$ м, $l_4=500$ м. Разность уровней жидкости в резервуарах H=4 м. Местные потери принять равными 10% от потерь по длине. Температура перекачки воды 20 °C, абсолютная шероховатость стенок трубы $\Delta=0.5$ мм.

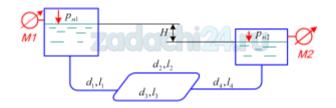


Рисунок 65 – Трубопровод.

2. Вода из резервуара А поступает в количестве Q=21 л/с и по системе трубопроводов в два открытых бака, напоры которых $H_1=5$ м и $H_2=2$ м. Определить расходы, подаваемые в каждый из бачков, а также напор H в резервуаре А. Диаметры участков $d_1=150$ мм, $d_2=50$ мм, $d_3=175$ мм, длины участков $l_1=200$ м, $l_2=300$ м, $l_3=400$ м. Температура перекачки воды 20 °C, абсолютная шероховатость стенок трубы $\Delta=0.5$ мм.

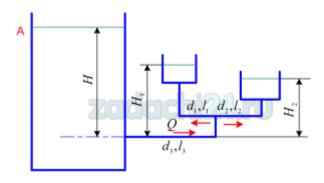


Рисунок 66 – Трубопровод.

3. Насос, имеющий подачу $Q=0.02~{\rm m}^3/{\rm c}$, перекачивает воду в резервуар по трем параллельно соединенным трубопроводам. Диаметры труб: $d_1=0.15~{\rm m}$, $d_2=0.1~{\rm m}$, $d_3=0.125~{\rm m}$. Длины труб: $l_1=410~{\rm m}$, $l_2=400~{\rm m}$, $l_3=410~{\rm m}$. Уровень воды в резервуаре $H=2~{\rm m}$. Определить показание манометра, установленного на линии нагнетания. Длина трубы диаметром $d=0.25~{\rm m}$ от манометра до разветвления составляет $l=3~{\rm m}$. Местные потери составляют 15% от потерь по длине. Температура перекачки воды $20~{\rm ^oC}$, абсолютная шероховатость стенок трубы $\Delta=0.5~{\rm mm}$.

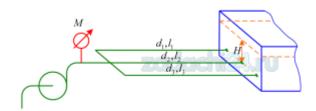


Рисунок 67 – Трубопровод.

4. Из водонапорной башни осуществляется питание потребителей A и B с расходами $Q_A=21\,$ л/с и $Q_B=15\,$ л/с, на первом участке предусмотрен путевой расход $Q_{\rm пут}=20\,$ л/с воды. Определить отметку горизонта воды в водонапорной башне, если отметка потребителя A равна 9 м, потребителя В —

12 м. Три участка трубопроводов уложены на одном горизонте. Диаметры участков сети: $d_1=250\,$ мм, $d_2=150\,$ мм, $d_3=125\,$ мм; длины участков соответственно равны $l_1=600\,$ м, $l_2=550\,$ м, $l_3=400\,$ м. Трубы водопроводные нормальные. Потери напора в местных сопротивлениях принять равными 10% от потерь по длине. Температура перекачки воды 20 °C, абсолютная шероховатость стенок трубы $\Delta=0.5\,$ мм.

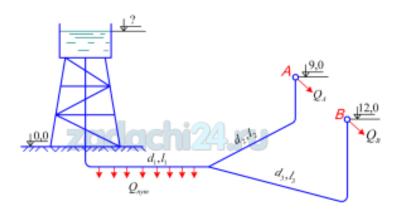


Рисунок 68 – Трубопровод.

5. Питание резервуаров A и B с постоянными и одинаковыми отметками уровней 5 м осуществляется подачей воды из магистрального трубопровода длиной $l_1=40$ м, внутренним диаметром $d_1=89$ мм в распределительные трубы с параметрами $l_2=70$ м, $d_2=45$ мм и $l_3=50$ м, $d_3=32$ мм с местным сопротивлением в виде вентиля. Определить расходы, поступающие в резервуары, если давление в магистральном трубопроводе по манометру на уровне нулевой отметки равно $p_{\rm M}=5$ бар. Температура перекачки воды $20\,^{\rm o}$ С, абсолютная шероховатость стенок трубы $\Delta=0.5$ мм.

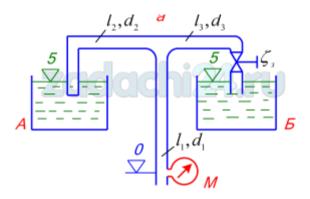


Рисунок 69 – Трубопровод.

Практическое занятие №9 Работа нагнетателя в сети

Краткие теоретические сведения:

В подавляющем большинстве встречающихся в технических приложениях случаев движение жидкости либо газа по системе

трубопроводов осуществляется под действием нагнетателя (насоса, компрессора, вентилятора и т. д.) с помощью которого создается определенная разность полных давлений по концам данного участка сети. Часть трубопровода до насоса называется всасывающим, после насоса – нагнетательным или напорным.

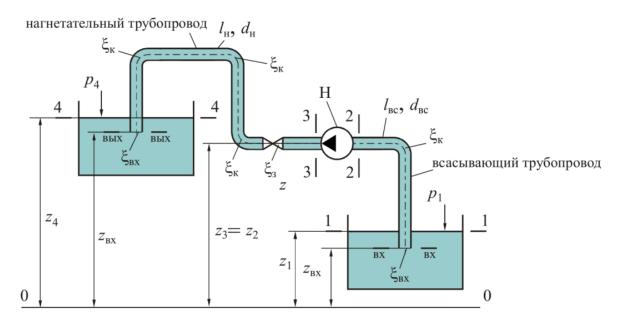


Рисунок 70 – Участок сети с нагнетателем: Н – нагнетатель.

Для определения перепада давления $\Delta p_{\rm H}$, который нагнетатель должен создать для обеспечения заданных параметров движения среды в сети трубопроводов, запишем уравнение Бернулли для всего трубопровода в целом, то есть для участка 1–4.

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 + \frac{\alpha_1 \cdot \rho \cdot w_1^2}{2} + \Delta p_{\text{H}} = \rho \cdot g \cdot z_4 + p_4 + \frac{\alpha_4 \cdot \rho \cdot w_4^2}{2} + \Delta p_{1-4}.$$

где Δp_{1-4} — потери полного давления на участке сети от сечения 1-1 до сечения 4-4. Отсюда потребный перепад полного давления, создаваемый нагнетателем равен:

$$\Delta p_{\rm H} = \rho \cdot g \cdot (z_4 - z_1) + (p_4 - p_1) + \frac{\alpha_4 \cdot \rho \cdot w_4^2}{2} - \frac{\alpha_1 \cdot \rho \cdot w_1^2}{2} + \Delta p_{1-4},$$

или, обозначая полное давление, как $p_0 = p + \frac{\alpha \cdot \rho \cdot w^2}{2}$,

$$\Delta p_{\rm H} = \rho \cdot g \cdot (z_4 - z_1) + (p_{04} - p_{01}) + \Delta p_{1-4},$$

Правая часть представляет собой изменение удельной полной энергии транспортируемой среды при ее переходе от начального к конечному сечению трубопроводной сети плюс необратимые путевые потери этой энергии. Обозначим ее через $\Delta p_{\text{сеть}}$. Если $\Delta p_{\text{сеть}} > 0$, то есть запас энергии в начальном

сечении сети недостаточен, чтобы обеспечить требуемый уровень энергии (полного давления) в конечном сечении и компенсировать путевые потери, то необходима установка нагнетателя. Величина $\Delta p_{\text{сеть}}$ зависит от расхода Q, так как от расхода зависит как динамическое давление, так и путевые потери, то есть $\Delta p_{\text{сеть}} = f(Q)$. Эта зависимость называется характеристикой сети.

Перепад давления, создаваемый нагнетателем, также в общем случае является функцией расхода $\Delta p_{\rm H} = f(Q)$. Эта зависимость называется характеристикой нагнетателя. Вид ее зависит от типа и конструкции нагнетателя. Типичная характеристика центробежного насоса при постоянной частоте вращения рабочего колеса n показана на рисунке ниже.

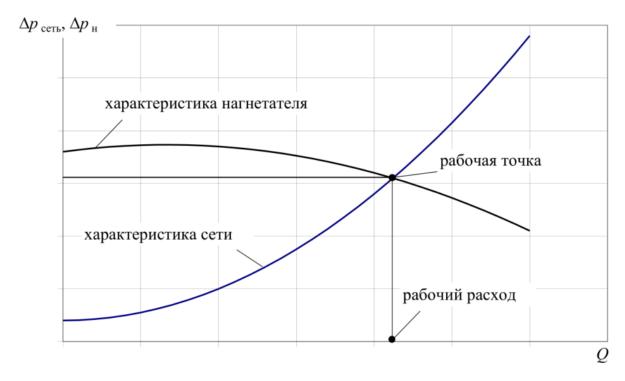


Рисунок 71 — Взаимное расположение характеристики сети и нагнетателя.

В стационарном режиме перепад давлений, создаваемый нагнетателем, равен перепаду давлений, необходимому для работы сети. То есть расход и перепад давлений в этом режиме равны координатам точки пересечения характеристик сети и нагнетателя, которая называется рабочей точкой.

Если трубопроводная сеть представляет собой замкнутую на себя (закольцованную) систему, то в этом случае мы должны принять $p_{01}=p_{04}$ и $z_1=z_4$. То есть в закольцованной системе давление, развиваемое нагнетателем $\Delta p_{\rm H}$ должно равняться потерям полного давления в сети.

Работа всасывающего трубопровода. Проанализируем работу всасывающего трубопровода насоса. Для этого составим уравнение Бернулли для сечений 1–1 и 2–2 сети, пренебрегая скоростью перемещения уровня в баке всасывания.

$$\rho \cdot g \cdot z_1 + p_1 = \rho \cdot g \cdot z_2 + p_2 + \frac{\alpha_2 \cdot \rho \cdot w_2^2}{2} + \Delta p_{1-2},$$

или

$$p_2 = p_1 - \rho \cdot g \cdot (z_2 - z_1) - \frac{\alpha_2 \cdot \rho \cdot w_2^2}{2} - \Delta p_{1-2},$$

где Δp_{1-2} – потери полного давления во всасывающем трубопроводе.

Из уравнения видно, что работа всасывающей линии обеспечивается давлением p_1 в баке, которое тратится на подъем жидкости на высоту z_2-z_1 , создание динамического давления $p_{\rm д2}=\frac{\alpha_2\cdot\rho\cdot w_2^2}{2}$, преодоление сопротивления трубопровода Δp_{1-2} и должно обеспечивать безкавитационную работу насоса.

Регулирование расхода. Как следует из приведенного выше определения рабочей точки, изменение расхода, создаваемого насосом при его работе в сети, может быть осуществлено путем изменения характеристики сети (изменения ее гидравлического сопротивления). Пусть нам необходимо уменьшить расход от Q_1 до Q_2 . Для этого требуется так изменить гидравлическое сопротивление сети, чтобы ее характеристика пересекла характеристику насоса в точке с расходом Q_2 . При этом, так как новая рабочая точка должна лежать на характеристике насоса, то давление в сети возрастет $\Delta p_2 > \Delta p_1$.

При расходе Q_2 гидравлическое сопротивление сети должно быть увеличено на $\Delta p_{\rm c}$. Такое изменение гидравлического сопротивления достигается за счет установки регулирующего клапана с изменяемым коэффициентом гидравлического сопротивления ξ_3 . Требуемое изменение коэффициента гидравлического сопротивления $\Delta \xi_3$ может быть определено по формуле

$$\Delta \xi_3 = \frac{2 \cdot \Delta p_{\rm c}}{\rho} \left(\frac{F_{\rm Tp}}{Q_2}\right)^2$$

где $F_{\rm Tp}$ — площадь прохода трубопровода в месте установки клапана. Данный метод регулирования называется регулированием расхода путем дросселирования.

Изменение мощности, потребной на привод насоса при уменьшении расхода, составит

$$\Delta N = (\Delta p_2 - \Delta p_1)(Q_2 - Q_1).$$

Так как $\Delta p_2 > \Delta p_1$, то уменьшение мощности не пропорционально падению расхода. А при «крутой» характеристике насоса потребная мощность может даже и возрасти.

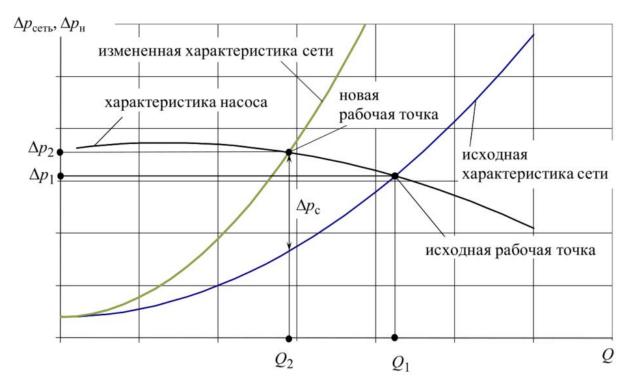


Рисунок 72 – Регулирование расхода дросселированием.

Таким образом, данный метод регулирования расхода не является эффективным с точки зрения потребных энергозатрат.

Избежать дополнительных затрат мощности можно, если изменить характеристику насоса таким образом, чтобы она пересекла характеристику сети в точке с расходом Q_2 .

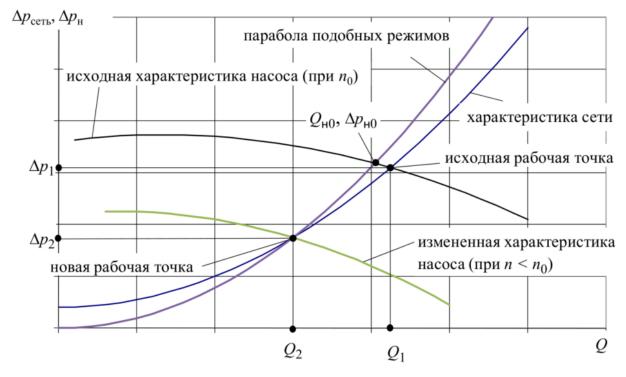


Рисунок 73 — Регулирование расхода изменением частоты вращения рабочего колеса.

Рассмотрим возможность такого изменения характеристики насоса. Характеристика центробежного насоса зависит не только от его конструкции, но и от частоты вращения рабочего колеса n. При этом расход, создаваемый центробежным насосом, пропорционален частоте вращения, а давление — пропорционально квадрату частоты:

$$Q = Q_0 \cdot \frac{n}{n_0},$$

$$\Delta p_{\scriptscriptstyle \mathrm{H}} = \Delta p_{\scriptscriptstyle \mathrm{H}0} \cdot \left(\frac{n}{n_{\scriptscriptstyle 0}}\right)^2,$$

где Q_0 , $\Delta p_{\rm H0}$ — расход и давление, создаваемые насосом при «базовой» частоте вращения n_0 . По этим формулам можно пересчитать характеристику насоса на новую частоту вращения n, если известна характеристика при базовой частоте n_0 . То есть частота вращения n однозначно определяет вид рабочей характеристики при неизменной конструкции насоса $\Delta p_{\rm H} = f_{\rm H}(Q_{\rm H},n)$. Покажем, что можно подобрать такую частоту вращения, при которой характеристика насоса пройдет через точку, лежащую на характеристике сети при расходе Q_2 .

Исключив частоту n, получим зависимость, связывающую давление Δp_{H} насоса и расход Q при изменении частоты вращения:

$$\Delta p_{\rm H} = \frac{\Delta p_{\rm H0}}{Q_0^2} \cdot Q^2,$$

которую называют параболой подобных режимов.

Параметры в рабочей точке Δp_2 и Q_2 известны из характеристики сети. Так как требуется, чтобы новая характеристика насоса проходила через эту точку, то следовательно, парабола подобных режимов при искомой частоте n должна проходить через новую рабочую точку (Δp_2 , Q_2), а при базовой частоте n_0 она пересечет исходную характеристику насоса в некоторой точке $\Delta p_{\rm H0}$, $Q_{\rm H0}$. Следовательно, можем записать следующие соотношения

$$\Delta p_2 = \frac{\Delta p_{{\scriptscriptstyle \mathrm{H}}0}}{Q_0^2} \cdot Q_2^2,$$

$$\Delta p_{\text{H}0} = f_{\text{H}}(Q_{\text{H}0}, n_0).$$

Из этих уравнений можно найти неизвестные величины $\Delta p_{\rm H0}$ и $Q_{\rm H0}$, и тогда находится новая частота вращения рабочего колеса насоса n. Следовательно, существует частота вращения n, при которой характеристика насоса пересечет характеристику сети в точке с заданным расходом. То есть, изменяя частоту вращения рабочего колеса насоса можно регулировать расход жидкости так, что рабочая точка будет перемещаться по характеристике сети.

Задание:

1. Центробежный насос с заданной при n=1600 об/мин характеристикой перекачивает воду из резервуара с отметкой $\nabla 5$ м в резервуар с отметкой $\nabla 12$ м по трубопроводам размерами $l_1=9$ м, $d_1=90$ мм, $\Sigma \zeta_1=2$, $\lambda_1=0.025,\ l_2=35$ м, $d_2=80$ мм, $\Sigma \zeta_2=13,\ \lambda_2=0.027.$ Определить подачу $Q_{\rm H}$, напор $H_{\rm H}$ насоса и потребляемую им мощность $N_{\rm дB}$ при n=1600 об/мин, а также частоту вращения насоса, необходимую для уменьшения его подачи на 25%.

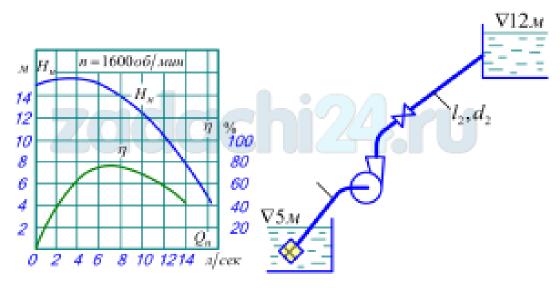


Рисунок 74 – Трубопровод.

2. Центробежный насос, подающий воду из бака A в бак B на высоту $H_{ct}=28\,$ м, снабжен обводной трубой, по которой часть его подачи возвращается на сторону всасывания. Диаметр всасывающей и напорной труб $d=110\,$ мм, их общая приведенная длина $l=l_1+l_2=280\,$ м, коэффициент сопротивления трения $\lambda=0.02$. Диаметр обводной трубы $d_0=50\,$ мм, ее суммарный коэффициент сопротивления (вместе с вентилем) $\zeta=27$. Определить, пользуясь характеристикой насоса при $n=2900\,$ об/мин, подачу в верхний бак, напор насоса и мощность, потребляемую насосом, а также мощность двигателя, если такую же подачу в верхний бак осуществлять при выключенной обводной трубе.

Характеристика насоса

$Q_{\scriptscriptstyle \mathrm{H}},$	0	8	12	16	20	24	28	32	36
л/с	50		7.4	70	20	24		32	10
$H_{\rm H}$, M	52	55	54	52	49	44	38	30	19
η , %	0	50	63	71	75	75	70	58	36

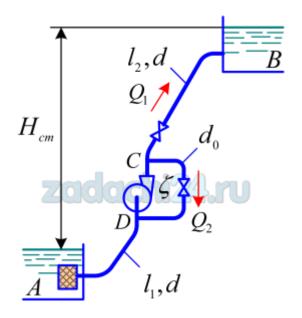


Рисунок 75 – Трубопровод.

3. Центробежный насос, характеристика которого задана, работает в системе, перекачивая воду, температура которой t=40 °C, из закрытого резервуара А в открытый резервуар Б. Стальные трубы всасывания и нагнетания соответственно имеют диаметр $d_{\rm B}=63$ мм и $d_{\rm H}=40$ мм, длину $l_{\rm B}=10$ м и $l_{\rm H}=45$ м, а их эквивалентная шероховатость $\Delta=0.1$ мм. Перепад горизонтов в резервуарах равен $H_{\rm F}=4$ м, а избыточное давление в резервуаре А равно $p_0=15$ кПа. Найти рабочую точку при работе насоса в установке (определить напор, подачу и мощность на валу насоса).

Характеристика насоса

7 Kupuk Tephe Tinku Tueood										
$Q_{ m H}$, л/с	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0	
$H_{\rm H}$, M	13.0	14.0	14.3	14.0	13.1	11.8	10.0	5.5	4.0	
η , %	0.0	27.0	40.0	50.0	58.0	62.0	60.0	51.0	35.0	

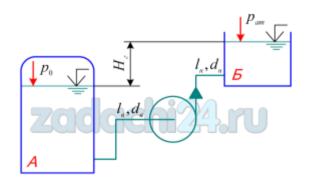


Рисунок 76 – Трубопровод.

4. Центробежный насос, характеристика которого задана, работает на трубопровод, перекачивая воду из резервуара А в резервуар Б. Стальные трубы всасывания и нагнетания соответственно имеют диаметр $d_{\rm B}=80$ мм и $d_{\rm H}=$

40 мм, длину $l_{\rm B}=16$ м и $l_{\rm H}=18$ м. Температура перекачиваемой воды t=40 °С, перепад горизонтов в резервуарах А и Б равен $\Delta H=4$ м. Найти рабочую точку при работе насоса на сеть (определить напор, подачу и мощность насоса).

Характеристика насоса

<i>Q</i> _н , л/с	0.0	1.0	2.0	3.0	4.0	5.0	6.0	7.0	8.0
$H_{\rm H}$, M	13.0	14.0	14.3	14.0	13.1	11.8	10.0	5.5	4.0
η , %	0.0	27.0	40.0	50.0	58.0	62.0	60.0	51.0	35.0

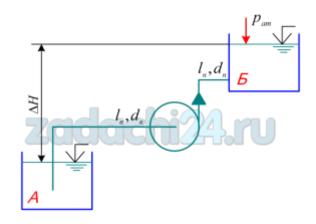


Рисунок 77 – Трубопровод.

5. Определить напор, подачу, а также мощность на валу центробежного насоса, характеристика которого представлена на рисунке ниже. Геометрическая высота подъема воды $H_{\rm r}=2.8\,$ м, длина всасывающего и напорного трубопровода равна $l=21\,$ м, диаметр трубы $d=80\,$ мм. Принять коэффициент гидравлического трения $\lambda=0.025$, коэффициент сопротивления всасывающего клапана $\zeta_{\rm K}=5.2$, а задвижки $\zeta_{\rm 3}=8.0$. Давление на выходе из системы принять равным 2 бара.

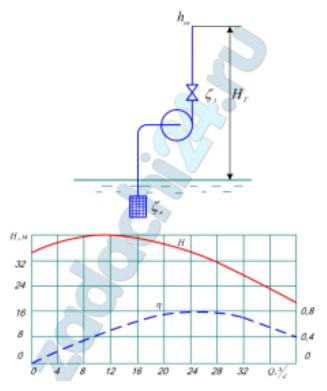


Рисунок 78 – Трубопровод.

Практическое занятие №10 Гидравлические модели кольцевых водопроводных сетей

Краткие теоретические сведения:

Рассмотрим произвольную схему с установившимся течением жидкости, состоящую из n участков, m узлов и k линейно независимых контуров m-1+k=n. Будем считать, что на каждом участке имеет место квадратичный закон гидравлического сопротивления:

$$h_i + H_i = s_i x_i^2,$$

где x_i — неизвестный расход; s_i — сопротивление участка; h_i — напор, равный разности пьезометрических отметок на концах участка; H_i — активный напор (в случае пассивной ветви H_i = 0). Поскольку по знаку величины x_i необходимо судить о направлении потока на участке и соответственно о знаке h_i то уравнение можно записать в виде:

$$h_i + H_i = s_i |x_i| x_i.$$

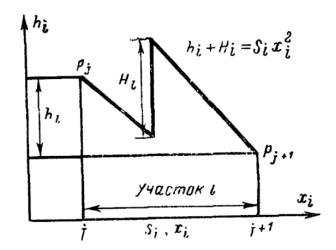


Рисунок 79 – Изменение давления на участке сети с источником напора.

Путем введения векторных обозначений x, h, H, а также диагональных матриц:

$$S = \begin{bmatrix} s_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & s_n \end{bmatrix}, X = \begin{bmatrix} |x_1| & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & |x_n| \end{bmatrix}.$$

Соотношения приобретают компактный вид, относящийся сразу ко всем участкам схемы:

$$h + H = SXx$$
.

Для любого потокораспределения должны выполняться два «сетевых» закона Кирхгофа. Во-первых, в каждом узле будет соблюдаться материальный баланс:

$$\sum_{j} x_i = Q_j, j = 1, \dots, m.$$

В уравнении слева стоит алгебраическая сумма расходов по всем участкам, имеющим общий узел j, а справа — расход в узле: нагрузка $Q_j > 0$, если в узле j находится потребитель, приток $Q_j < 0$, если речь идет об источнике, и $Q_j = 0$, если данный узел является простой точкой разветвления потоков на схеме.

Значения Q_j должны быть заданы таким образом, чтобы имел место их общий нулевой баланс по всем узлам схемы:

$$\sum_{j=1}^m Q_j = 0.$$

С использованием матрицы соединений A, которая однозначно отображает структуру (топологию) схемы, фиксируя соединения всех ее n участков и (m-1) линейно независимых узлов, балансы могут быть записаны сразу для всей схемы:

$$Ax = Q$$
.

Второй закон Кирхгофа требует суммарного нулевого изменения напоров h_i для любого контура схемы — для этого достаточно, чтобы равенство:

$$\sum_i h_i = 0,$$

выполнялось для любого контура из выбранной заранее системы независимых контуров. Вводя матрицу контуров B, получим компактную запись второго закона Кирхгофа для всей схемы:

$$Bh = 0$$
.

Таким образом, одна из искомых математических моделей сводится к системе уравнений:

$$Ax = Q, Bh = 0, h + H = SXx.$$

Уравнения, составляющие здесь последнюю группу из n уравнений, называются замыкающими соотношениями — они дополняют m-1 уравнений первого закона и k уравнений второго закона Кирхгофа до полной системы из 2n уравнений относительно 2n неизвестных x_i и h_i .

В этой системе можно исключить вектор h:

$$Ax = Q$$
,

$$BSXx = BH$$
,

и тем самым ее порядок понижается с 2n до n.

При построении этой системы, как правило, выбирают одну главных систем контуров:

- а) на схеме выделяется некоторое дерево, связывающее все ее m узлов, в результате все участки разобьются на (m-1) участков дерева и k участков, не вошедших в это дерево, они называются хордами;
- б) каждая хорда замыкает какую-то последовательность участков дерева и однозначно определяет контур, который и фиксируется соответствующей строкой в матрице B;
- в) матрицы и векторы цепи «расщепляются» на матрицы и векторы хорд $(A_x, B_x, x_x, h_x, H_x)$ и дерева $(A_{\tt M}, B_{\tt M}, x_{\tt M}, h_{\tt M}, H_{\tt M})$.

Если при этом нумерация участков произведена так, что первые номера присвоены хордам, т. е. $x_x = (x_1, ..., x_k)^{\mathrm{T}}, \ x_{\mathrm{д}} = (x_{k+1}, ..., x_n)^{\mathrm{T}},$ а номера контуров и направления их обхода совпадают с номерами и ориентацией хорд, то тогда $A = (A_x, A_{\mathrm{д}}),$ а $B = (E, B_{\mathrm{д}}),$ где E — единичная матрица порядка k.

Вторая (эквивалентная) математическая модель потокораспределения опирается на использование в качестве основных переменных, помимо расходов x_i и напоров h_i , также и узловых давлений p_j (j=1,...,m), составляющих вместе с заданным давлением p'_m вектор \overline{p} .

Соответствующая ей система уравнений не требует обращения к контурам, так как при любом \overline{p} уравнения второго закона Кирхгофа обращаются в тождества, но вместо этого должна быть описана связь между напорами h_i и этими давлениями, имеющая для участка i=[j,j+1] вид:

$$h_i = p_i - p_{i+1}.$$

Поскольку каждый столбец полной матрицы \overline{A} соединений узлов и участков схемы содержит необходимую информацию о концевых узлах данного участка и о его ориентации, то последовательным скалярным умножением этих столбцов на один и тот же вектор \overline{p} мы получим соотношения для всех участков, что компактно запишется как:

$$h=-\overline{A}^{\mathrm{T}}\overline{p}.$$

С учетом уравнений первого закона Кирхгофа и замыкающих со отношений мы придем к системе:

$$Ax = Q$$
,

$$h = -\overline{A}^{\mathrm{T}}\overline{p}, h + H = SXx,$$

которая состоит из m-1+2n уравнений относительно векторов x,h и (m-1) значений p_j для линейно независимых узлов. Здесь также может быть исключен вектор h, что сократит уравнения:

$$Ax = Q$$
,

$$H = \overline{A}^{\mathrm{T}} \overline{p} + SXx.$$

Обобщенный метод контурных расходов (МКР) – аналог известного метода контурных токов для расчета линейных электрических цепей в сочетании с методом Ньютона ДЛЯ решения системы алгебраических уравнений. Исходной ДЛЯ МКР является система относительно вектора расходов x.

Процесс последовательных приближений:

$$x^{(N+1)} = x^{(N)} + \Delta x^{(N+1)},$$

где N — порядковый номер приближения, осуществляется в МКР таким образом, что для любого x выполняются условия материальных балансов в

узлах. Для этого достаточно, чтобы этим условиям удовлетворяло начальное приближение

$$Ax^{(0)} = Q,$$

а все поправки (приращения) $\Delta x = (\Delta x_1, ..., \Delta x_{1n})^{\mathrm{T}}$ к расходам имели бы нулевые балансы:

$$A\Delta x = A_x \Delta x_x + A_{\pi} \Delta x_{\pi} = 0.$$

Из этого следует, что в качестве независимых (свободных) переменных можно взять приращения к расходам на хордах – Δx_x , тогда соответствующие им поправки к расходам на участках дерева $\Delta x_{\rm д}$ будут определяться следующим образом:

$$\Delta x_{_{\mathrm{I\!I}}} = - \left(A_{_{\mathrm{I\!I}}}^{-1} A_{_{\mathcal{X}}} \right) \Delta x.$$

При этом здесь не надо обращать матрицу A_{π} , поскольку

$$-\left(A_{\Lambda}^{-1}A_{\chi}\right)=B_{\Lambda}^{\mathrm{T}},$$

так что

$$\Delta x = \left(\Delta x_{x}^{\mathrm{T}}, \Delta x_{A}^{\mathrm{T}}\right)^{\mathrm{T}} = \left(E, B_{A}\right)^{\mathrm{T}} \Delta x_{\mathrm{X}} = B^{\mathrm{T}} \Delta x_{\mathrm{X}}.$$

Что касается Δx_x то эти приращения к расходам на хордах выбираются из условия уменьшения невязок, которые получаются при подстановке очередного приближения $x^{(N)}$:

$$BSX^{(N)}x^{(N)} = \Delta h^{(N)},$$

где $\Delta h^{(N)}$ — вектор-столбец невязок напоров, вычисленных для контуров по данным N-го приближения. Для пассивных цепей

$$\Delta h_{\rm c}^{(N)} = \sum_{\rm c} h_i^{(N)}.$$

Для контуров, содержащих активные участки с источниками напора,

$$\Delta h_{\rm c}^{(N)} = \sum_{\rm c} h_i^{(N)} - H_c,$$

причем

$$H_c = \sum_c H_i$$

является алгебраической суммой напоров, действующих на участках, входящих в контур с.

Нашей целью является добиться выполнения равенства

$$BS(X^{(N)} + \Delta X^{(N+1)})(x^{(N)} + \Delta x^{(N+1)}) = 0.$$

Раскрывая здесь скобки, пренебрегая членами, содержащими Δx_i^2 , и подставляя вместо Δx его выражение через Δx_x , придем к системе линейных уравнений

$$M^{(N)}\Delta x_x^{(N+1)} = -\Delta h_x^{(N)},$$

которую надо решать на каждом шаге вычислительного процесса. Симметрическая матрица этой системы

$$M^{(N)} = 2BSX^{(N)}B^{\mathrm{T}}.$$

названа нами матрицей Максвелла, впервые рассмотревшего преобразования переменных к контурным величинам.

Путем обращения этой матрицы или непосредственного решения системы каким-либо из методов линейной алгебры определяются приращения расходов на хордах $\Delta x_x^{(N+1)}$, а по ним вычисляются поправки $\Delta x_{\rm d}^{(N+1)}$ к расходам на участках дерева. Это позволяет получить новое приближение для вектора расходов.

Далее производится анализ сходимости вычислительного процесса:

$$\left|x^{(N+1)} - x^{(N)}\right| \le \delta.$$

Здесь δ – вектор из допустимых погрешностей в значениях расходов. По новому приближению $x^{(N+1)}$ опять формируется и решается система уравнений и т. д.

Обобщенный метод узловых давлений (МД) — аналог известного электротехнического метода узловых напряжений, сочетающего преобразования Гельмгольца к узловым величинам с методом Ньютона. Исходной здесь является математическая модель потокораспределения, опирающаяся на использование вектора узловых давлений.

Если в МКР процесс последовательных приближений осуществляется для расходов, то МД сводится к последовательным поправкам узловых давлений, определяемым через невязки (небалансы) расходов в узлах. Для математического описания этого процесса необходимо получить взаимосвязь двух векторов приращений – Δp и Δx .

С этой целью проведем линеаризацию уравнений, т.е. перейдем от исходных зависимостей к соотношениям относительно приращений основных переменных и правых частей:

$$A\Delta x = \Delta Q$$
,

$$A^{\mathrm{T}}\Delta\overline{p} + 2SX\Delta x = \Delta H.$$

Рассматривая теперь только такие Δp и Δx , при которых $\Delta p'_{m} = 0$ ($\Delta p'_{m}$ задано) и $\Delta H = 0$, разрешим последнее уравнение относительно Δx :

$$\Delta x = -0.5(SX)^{-1}A^{\mathrm{T}}\Delta p.$$

Подставим это и получим искомую линейную систему относительно m-1 неизвестных $(\Delta p_1, ..., \Delta p_{m-1})^{ \mathrm{\scriptscriptstyle T} } = \Delta p$:

$$\Gamma(x)\Delta p = -2\Delta Q,$$

где

$$\Gamma(x) = A(SX)^{-1}A^{\mathrm{T}},$$

названа нами матрицей Гельмгольца.

Основной алгоритм МД сводится к выполнению следующих операций.

- 1. Задается начальное приближение для вектора $p = (p_1, ..., p_{m-1})^{\mathrm{T}}$, оно, вообще говоря, может быть произвольным.
- 2. Определяются расходы $x = (x_1, ..., x_n)^{\mathrm{T}}$, соответствующие этим узловым давлениям и заданному p'_m .
- 3. Подсчитываются небалансы расходов ΔQ_j в узлах, из них составляется вектор ΔQ .
- 4. Вычисляются элементы матрицы $\Gamma(x)$, составляется и решается система для определения Δp .
 - 5. Производится поправка вектора p:

$$p^{(N+1)} = p^{(N)} + \Delta p.$$

6. Анализируется сходимость вычислительного процесса и п. 2-6 повторяются, если это требуется.

Матрица $\Gamma(x)$ – симметрическая, однако диагональное преобладание для нее не гарантировано даже в случае плоских схем. С этим, в частности, связано объяснение того, почему метод поузловой увязки расходов (второй метод Кросса), когда отбрасываются все недиагональные элементы матрицы Γ сходится в меньшем числе случаев, чем метод поконтурной увязки напоров.

Пьезометрический график тепловой сети. На пьезометрическом графике в масштабе нанесены рельеф местности, высота присоединенных зданий, напор в сети. По этому графику легко определить напор и располагаемый напор в любой точке сети и абонентских системах.

За горизонтальную плоскость отсчета напоров принят уровень 1-1. Линия $\Pi 1-\Pi 4$ — график напоров подающей линии. Линия O1-O4 — график напоров обратной линии. H_{o1} — полный напор на обратном коллекторе источника; $H_{\rm CH}$ — напор сетевого насоса; $H_{\rm CT}$ — полный напор подпиточного

насоса, или полный статический напор в тепловой сети; $H_{\rm K}$ — полный напор в точке К на нагнетательном патрубке сетевого насоса; $\Delta H_{\rm T}$ — потеря напора в теплоприготовительной установке; $H_{\rm H1}$ — полный напор на подающем коллекторе, $H_{\rm H1} = H_{\rm K} - \Delta H_{\rm T}$. Располагаемый напор сетевой воды на коллекторе ТЭЦ $H_{\rm 1} = H_{\rm H1} - H_{\rm 01}$. Напор в любой точке сети і обозначается как $H_{\rm H}i$, $H_{\rm 0}i$ — полные напоры в прямом и обратном трубопроводе. Если геодезическая высота в точке i есть Z_i , то пьезометрический напор в этой точке есть $H_{\rm H}i - Z_i$, $H_{\rm 0}i - Z_i$ в прямом и обратном трубопроводах, соответственно. Располагаемый напор в точке i есть разность пьезометрических напоров в прямом и обратном трубопроводах $H_{\rm H}i - H_{\rm 0}i$. Располагаемый напор в ТС в узле присоединения абонента Z1 есть Z1 есть Z3 есть Z4 есть Z5 есть Z6 есть Z7 есть Z8 есть Z9 есть

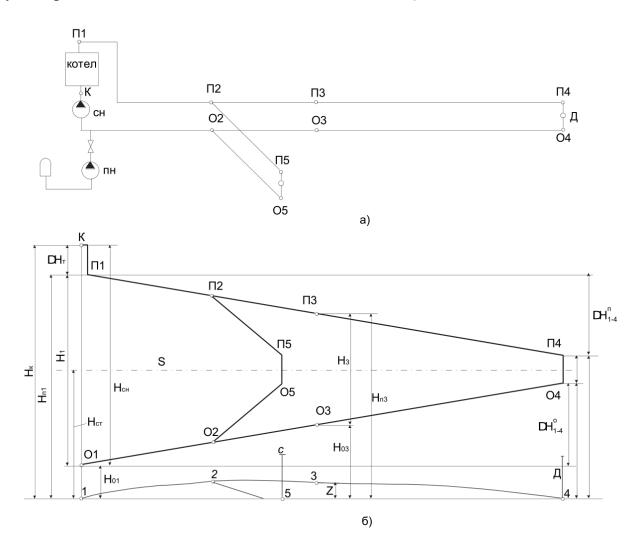


Рисунок 80 – Схема (a) и пьезометрический график (б) двухтрубной тепловой сети.

Потеря напора в подающей линии на участке 1-4 есть $\Delta H_{\Pi 1-\Pi 4}=H_{\Pi 1}-H_{\Pi 4}$. Потеря напора в обратной линии на участке 1-4 есть $\Delta H_{01-04}=H_{01}-H_{04}$. При работе сетевого насоса напор $H_{\rm CT}$ подпиточного насоса регулируется регулятором давления до H_{01} . При остановке сетевого насоса в сети устанавливается статический напор $H_{\rm CT}$, развиваемый подпиточным насосом.

При гидравлическом расчете паропровода можно не учитывать профиль паропровода из-за малой плотности пара. Потери напора у абонентов, например $\Delta H_5 = H_{\rm n5} - H_{\rm o4}$. зависит от схемы присоединения абонента. При элеваторном смешении $\Delta H_{\rm 3} = 10 \div 15$ м, при безэлеваторном вводе $-\Delta H_{\rm 69} = 2 \div 5$ м, при наличии поверхностных подогревателей $\Delta H_{\rm II} = 5 \div 10$ м, при насосном смешении $\Delta H_{\rm HC} = 2 \div 4$ м.

Требования к режиму давления в тепловой сети:

- в любой точке системы давление не должно превышать максимально допустимой величины. Трубопроводы системы теплоснабжения рассчитаны на 16 ата, трубопроводы местных систем на давление 6-7 ата;
- во избежание подсосов воздуха в любой точке системы давление должно быть не менее 1.5 ата. Кроме того, это условие необходимо для предупреждения кавитации насосов;
- в любой точке системы давление должно быть не меньше давления насыщения при данной температуре во избежание вскипания воды.

Задание:

Необходимо произвести расчет кольцевой сети.

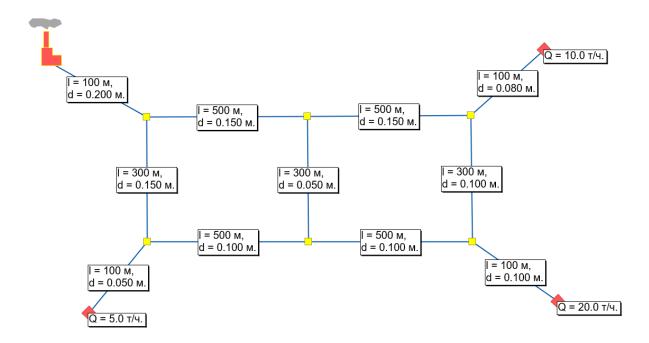


Рисунок 81 – Расчетная схема кольцевой тепловой сети.

Расчет производиться методом контурных расходов и узловых давлений принимая минимальный напор на потребителе равный 10 м. Температура теплоносителя 95°C, абсолютная шероховатость стенок трубы Δ =0.5 мм. Полученные значения расходов и напоров необходимо представить на схеме

сети. Как изменится распределение расходов, если на среднюю перемычку разместить насос с напором равным 10 м. Построить пьезометрическую линию по длине трубопровода для самого плохого потребителя.

Практическое занятие №11 Инженерные системы зданий

Краткие теоретические сведения:

В большинстве случаев теплоснабжение — это создание комфортной среды в помещении — дома, на работе или в общественном месте. Теплоснабжение включает в себя также подогрев водопроводной воды и воды в плавательных бассейнах, обогрев теплиц и т.д. С учетом некоторых различий, применение в сфере теплоснабжения часто подразделяется на индивидуальное и централизованное.

Отопление помещений. Использование нагретой воды для отопления помещений — дело совершенно обычное. При этом применяются самые различные методы переноса энергии воды для создания комфортной среды в помещении. Один из самых распространенных — использование радиаторов отопления. Альтернативой радиаторам отопления служит подогрев пола, когда отопительные контуры расположены под полом. Контур подогрева пола обычно подключен к контуру радиатора отопления.

Вентиляция — фанкойл, подающий горячий воздух в помещение, обычно используется в общественных зданиях. Часто применяют комбинацию отопительных устройств, например, радиаторов отопления и подогрева пола или радиаторов отопления и вентиляции.

Горячее водоснабжение — обеспечение бытовых нужд населения и производственных потребностей в воде с повышенной (до 75 °C) температурой. Является одним из показателей качества жизни, важным фактором улучшения санитарно-гигиенических и культурно-бытовых условий жизни. Использование горячей воды вносит существенный вклад в обеспечение высокого уровня комфортности проживания. Количество используемой в жилье горячей воды близко к расходу холодной воды, а иногда и превышает его.

Оптимальное использование энергии. В некоторых зданиях, например, в гостиницах, существует возможность объединения воедино нескольких систем теплоснабжения различного назначения для использования энергии, образующейся при снижении температуры в каждой последующей системе. Сюда могут входить отопление, вентиляция, горячее водоснабжение, подогрев пола и подогрев воды в плавательном бассейне. Тепло может вырабатываться бойлером или тепловым насосом (геотермальное отопление), а затем подаваться теплообменников через цепочку различные системы теплоснабжения. В радиаторную систему отопления тепло поступает непосредственно из бойлера. Теплообменник передает тепло от бойлера в систему вентиляции при температуре 70 °C. Тепло ДЛЯ

водопроводной воды приходит в третий теплообменник при температуре 65°С. Этот теплообменник также передает тепло в систему подогрева пола при температуре 30 °С. Четвертый теплообменник использует оставшееся тепло для подогрева воды в плавательном бассейне.

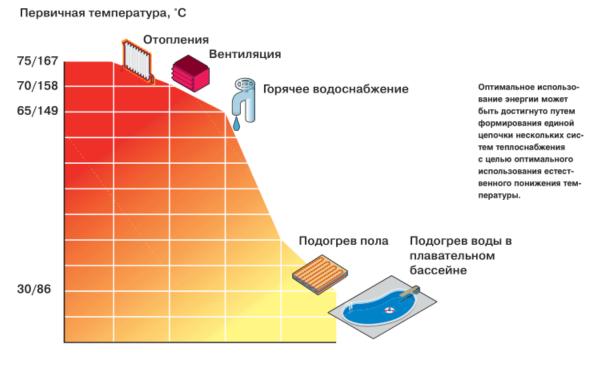


Рисунок 82

Задание:

Необходимо определить располагаемый напор для каждого клапана расхода воздуха в системе приточно-вытяжной вентиляции, а также гидравлическое сопротивление узла учета тепловой энергии для данного проекта.

Практическое занятие №12 Транспортная теорема Рейнольдса

Краткие теоретические сведения:

Задание:

1. Определить скорость истечения воды из бака используя транспортную теорему Рейнольдса, если диаметры первого и второго трубопроводов равны 5 см и 7 см. Скорость воды в первом трубопроводе равна 3 м/с, а расход воды во третьем равен 10 л/с.

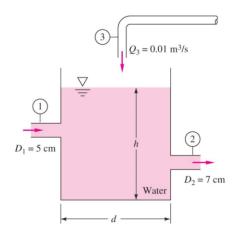


Рисунок 83

2. Определить скорость истечения из канала в форме грибка используя транспортную теорему Рейнольдса.

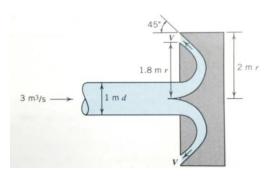


Рисунок 84

3. Рассчитайте величину вертикальной и горизонтальной составляющих, а также общую силу, действующую на неподвижную лопасть струи воды, движущейся со скоростью 15 м/с используя транспортную теорему Рейнольдса. Ширина канала равна 50 мм, а ширина лопасти составляет 1 м.

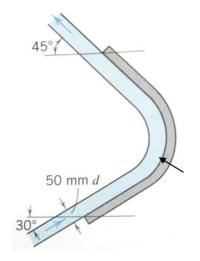
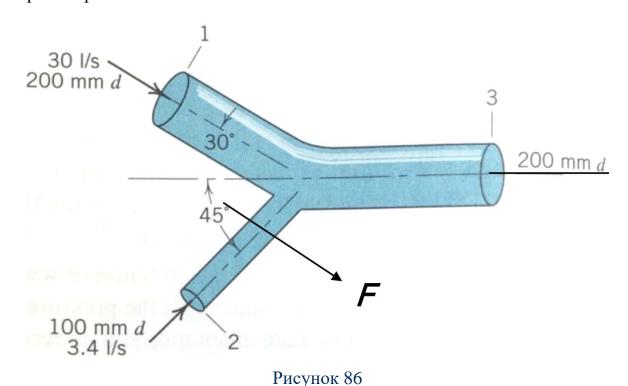


Рисунок 85

4. Воду смешивают, пропуская ее через горизонтальный тройник, как показано на рисунке. Рассчитайте давление во второй трубе используя транспортную теорему Рейнольдса. Давление в первой трубе равно 125 кПа и в третьей равно 145 кПа.



5. Рассчитайте величину и направление горизонтальной составляющей

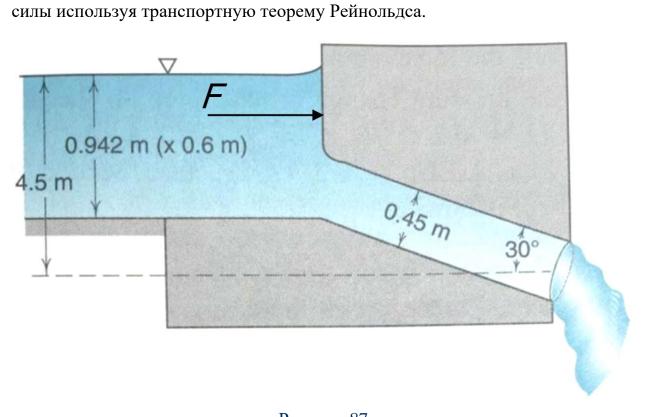


Рисунок 87

6. Рассчитайте мощность турбины используя транспортную теорему Рейнольдса, если диаметр трубы составляет 2 м, а длина 100 м. Шероховатость материала 4 мм.

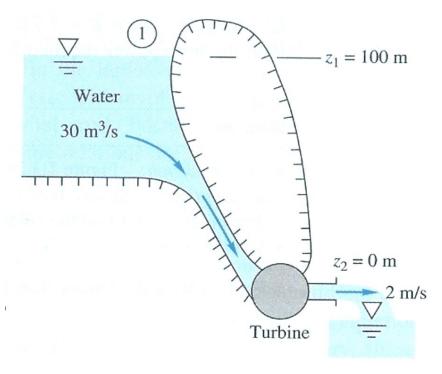


Рисунок 88

Практическое занятие №13 Уравнения Навье-Стокса для декартовой системы координат

Краткие теоретические сведения:

Ньютоновская жидкость — вязкая жидкость, подчиняющаяся в своём течении закону вязкого трения Ньютона, то есть касательное напряжение и градиент скорости в такой жидкости линейно зависимы. Коэффициент пропорциональности между этими величинами известен как динамическая вязкость.

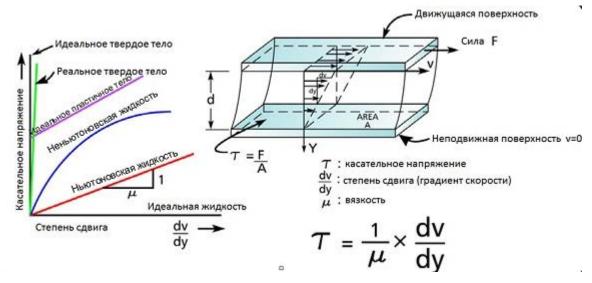


Рисунок 89

Уравнения Навье-Стокса — система дифференциальных уравнений в частных производных, описывающая движение вязкой ньютоновской жидкости. Уравнения Навье — Стокса являются одними из важнейших в гидродинамике и применяются в математическом моделировании многих природных явлений и технических задач. Названы по имени французского физика Анри Навье и британского математика Джорджа Стокса. В гидродинамике обычно уравнением Навье — Стокса называют только одно векторное уравнение движения:

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \overline{V}}{\partial t} + \overline{V} \cdot \nabla \overline{V}\right) = -\nabla p + \rho \cdot \overline{g} + \mu \cdot \nabla^2 \overline{V},$$

ИЛИ

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \rho \cdot g_x + \mu \cdot \nabla^2 u,$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \rho \cdot g_y + \mu \cdot \nabla^2 v,$$

$$\rho\cdot\left(\tfrac{\partial w}{\partial t}+u\tfrac{\partial w}{\partial x}+v\tfrac{\partial w}{\partial y}+w\tfrac{\partial w}{\partial z}\right)=-\tfrac{\partial p}{\partial z}+\rho\cdot g_z+\mu\cdot\nabla^2 w.$$

Уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости примет вид:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \cdot \nabla \overline{V} = 0,$$

ИЛИ

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \overline{V}) = 0.$$

Задание:

- 1. Необходимо определить распределение скорости для воды с температурой 50 °C в течении между двумя параллельными стенками, расположенными горизонтально, одна из которых неподвижна, другая движется с постоянной скоростью равной 0.5 м/с. Расстояние между стенками 1 мм.
- 2. Рассчитать предыдущую задачу, при условии наличия градиента давления равного 500 Па/м и направленного вдоль потока.
- 3. Рассчитать предыдущею задачу, при условии, что стенки расположены вертикально.
- 4. Рассчитать предыдущею задачу, при условии, что стенки расположены под углом 30° к горизонту.
- 5. Рассчитать предыдущею задачу, при условии, что стенки неподвижны.

Практическое занятие №14 Уравнения Навье-Стокса для цилиндрической системы координат

Краткие теоретические сведения:

Уравнения Навье — Стокса для ньютоновской жидкости и цилиндрической системы координат:

$$\begin{split} \rho \cdot \left(\frac{\partial v_r}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{v_\theta^2}{r} + v_z \frac{\partial v_r}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial r} + \rho \cdot g_r + \mu \cdot \nabla^2 v_r, \\ \nabla^2 v_r &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (r \cdot v_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_r}{\partial z^2}, \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_r \cdot v_\theta}{r} + v_z \frac{\partial v_\theta}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial \theta} + \rho \cdot g_\theta + \mu \cdot \nabla^2 v_\theta, \\ \nabla^2 v_\theta &= \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (r \cdot v_\theta)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \cdot \frac{\partial v_r}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v_\theta}{\partial z^2}, \\ \rho \cdot \left(\frac{\partial v_z}{\partial t} + v_r \frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{v_\theta}{r} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} \right) &= -\frac{\partial p}{\partial z} + \rho \cdot g_z + \mu \cdot \nabla^2 v_z, \\ \nabla^2 v_z &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left(r \cdot \frac{\partial v_z}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2}. \end{split}$$

Уравнение неразрывности для сжимаемой жидкости примет вид:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (\rho \cdot r \cdot v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (\rho \cdot v_\theta)}{\partial \theta} + \frac{\partial (\rho \cdot v_z)}{\partial z} = 0.$$

Задание:

- 1. Необходимо определить распределение скорости для воды с температурой 50 °C в течении в трубе радиусом 3 мм, расположенной горизонтально, при условии наличия градиента давления равного 10 Па/м и направленного вдоль потока.
- 2. Рассчитать предыдущею задачу, при условии, что стенки расположены вертикально, а радиус трубы составляет 0.1 мм.
- 3. Рассчитать предыдущею задачу, при условии, что стенки расположены под углом 30° к горизонту.
- 4. Необходимо определить распределение скорости для воды с температурой 20 °C в течении в кольцевом канале наружным радиусом 5 мм и внутренним радиусом 1 мм, расположенном горизонтально, при условии наличия градиента давления равного 10 Па/м и направленного вдоль потока.
- 5. Необходимо определить распределение скорости для воды с температурой 20 °C в течении в кольцевом канале наружным радиусом 5 мм и внутренним радиусом 1 мм, расположенном вертикально, при условии, что внутренняя труба вращается с скоростью 10 мм/с.

Практическое занятие №15 Функции линий тока и пограничный слой

Краткие теоретические сведения:

Задание:

- 1. Дано потенциальное поле со скоростью по оси у равной $v(x, y) = x y^2$. Определить скорость по оси x, уравнения линии тока и потенциала скорости, а также расхода между точками с координатами [0, 2] и [2, 5].
- 2. Определить силу давления на ангар длиной 8 м. Радиус составляет 2.5 метра, а скорость ветра 50 км/час.

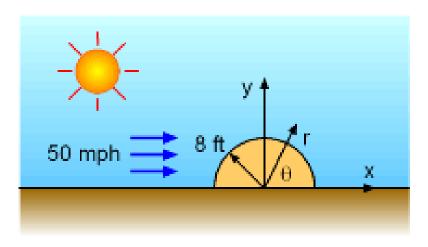


Рисунок 90

- 3. Рассчитать максимальную толщину ламинарного пограничного слоя при обтекании пластины длиной 3 м водой, если скорость потока составляет 5 м/с, а температура воды 20 °C. Рассчитать также толщину теплового пограничного слоя и коэффициент теплоотдачи в этом месте.
- 4. Рассчитать предыдущую задачу при условии, что обтекание происходит воздухом.
- 5. Определить силу лобового сопротивления, а также режим обтекания для цилиндрической трубы диаметром 20 мм водой с температурой 50 °C, при скоростях равных 1 мм/с, 1 см/с, 1 дм/с, 1 м/с и 10 м/с.